

De *flurptest* (bekijk dit in full screen mode).

- 1: Gedeelte van populatie dat *flurp* is:  $1 : 200 = 0.5\%$
- 2: Kans op correct positieve test:  $90\%$
- 3: Kans op vals positieve test:  $10\%$

## De flurptest.

- 1: Gedeelte van populatie dat *flurp* is:  $1 : 200 = 0.5\%$
- 2: Kans op correct positieve test **van een *flurp***:  $90\%$
- 3: Kans op vals positieve test **van een niet-*flurp***:  $10\%$

## De flurptest.

- 1: Gedeelte van populatie dat *flurp* is:  $1 : 200 = 0.5\%$
- 2: Kans op correct positieve test van een *flurp*:  $90\%$
- 3: Kans op vals positieve test van een niet-*flurp*:  $10\%$

Een willekeurige proband test positief.

Hoe groot is de kans dat qij<sup>1</sup> inderdaad *flurp* is?

A: 0.5%; B: 4.3%; C: 10%; D: 81%; E: 90%.

---

<sup>1</sup>  $H = 8, Z = 26, \frac{8+26}{2} = 17 = Q$

Beschouw een populatie van 10 000 probanden.

Gegeven nr. 1 zegt dat 0.5% daarvan *flurp* is, dus:

0.5% = 50 zijn *flurp*      &      99.5% = 9950 zijn *niet-flurp*,

*hetgeen dus de feitelijke toestand van de populatie is.*

Gegeven nr. 2:

90% van de *flurpen* wordt  
correct positief getest  
en dat zijn er dus: 45.

Gegeven nr. 3:

10% van de *niet-flurpen* wordt  
vals positief getest  
en dat zijn er dus: 995.

Beschouw een populatie van 10 000 probanden.

Gegeven nr. 1 zegt dat 0.5% daarvan *flurp* is, dus:

0.5% = 50 zijn *flurp* & 99.5% = 9950 zijn *niet-flurp*,

*hetgeen dus de feitelijke toestand van de populatie is.*

Gegeven nr. 2:

90% van de *flurpen* wordt  
correct positief getest  
en dat zijn er dus: 45.

Gegeven nr. 3:

10% van de *niet-flurpen* wordt  
vals positief getest  
en dat zijn er dus: 995.

Totaal positief getest:  $45 + 995 = 1040$ . Van alle positief geteste probanden zijn er dus  $45/1040 \approx 0.04327$  daadwerkelijk *flurp*.

Het juiste antwoord is dus: **B: 4.3%**.

## Iets wiskundiger:

- 1: Gedeelte van de populatie dat *flurp* is:  $f = 0.005$
- 2: Kans op correct positieve test van een *flurp*:  $P_{cp} = 0.9$
- 3: Kans op vals positieve test van een niet-*flurp*:  $P_{vp} = 0.1$

Algemene kans op correct positieve test  
(betrouwbaarheid van de test):

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\#corrPos}{\#totPos} = \frac{\#corrPos}{\#corrPos + \#valsPos} = \frac{P_{cp} \cdot f}{P_{cp} \cdot f + P_{vp} \cdot (1 - f)} \\
 &= \frac{0.9 \cdot 0.005}{0.9 \cdot 0.005 + 0.1 \cdot 0.995} = \frac{0.0045}{0.0045 + 0.0995} = \frac{0.0045}{0.1040} = \frac{45}{1040} = \frac{9}{208} \approx 4.3\%
 \end{aligned}$$

Nu is:

"kans op correct positieve test van een *flurp*"

hetzelfde als:

"kans dat positieve test correct is",

en

"kans op vals positieve test van een niet-*flurp*"

is hetzelfde als:

"kans dat positieve test vals is".

Nu is élke positieve test ofwel correct dan wel vals,  
dus de som van beide moet 100% zijn:

$$P_{cp} + P_{vp} = 1$$

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{P_{cp} \cdot f}{P_{cp} \cdot f + P_{vp} \cdot (1 - f)} = \frac{(1 - P_{vp}) \cdot f}{(1 - P_{vp}) \cdot f + P_{vp} \cdot (1 - f)} \\
 &= \frac{1 - P_{vp}}{1 - P_{vp} + P_{vp} \cdot \frac{1 - f}{f}} = \frac{1 - P_{vp}}{1 + P_{vp} \left( \frac{1 - f}{f} - 1 \right)} = \frac{1 - P_{vp}}{1 + P_{vp} \frac{1 - 2f}{f}}
 \end{aligned}$$

Voor een minimale testbetrouwbaarheid van:  $P \geq P_{min}$

geldt dus:

$$P = \frac{1 - P_{vp}}{1 + P_{vp} \frac{1 - 2f}{f}} \geq P_{min}$$

ofwel:

$$1 - P_{vp} \geq P_{min} \left( 1 + P_{vp} \frac{1 - 2f}{f} \right)$$

dus:

$$1 \geq P_{vp} + P_{min} + P_{min} P_{vp} \frac{1 - 2f}{f}$$

derhalve:

$$1 - P_{min} \geq P_{vp} + P_{min} P_{vp} \frac{1 - 2f}{f}$$



ofwel:  $1 - P_{min} \geq P_{vp} \left( 1 + P_{min} \frac{1-2f}{f} \right)$

ergo:  $P_{vp} \leq \frac{1-P_{min}}{1+P_{min} \frac{1-2f}{f}}$

Dus voor:  $P \geq P_{min}$  is nodig:  $P_{vp} \leq \frac{1-P_{min}}{1+P_{min} \frac{1-2f}{f}}$

Gegeven:  $f = 0.005$ , dus:  $\frac{1-2f}{f} = 198$

dus voor:  $P_{min} = 50\% = 0.5$

moet:  $P_{vp} = \frac{1-P_{min}}{1+P_{min} \frac{1-2f}{f}} = \frac{1-0.5}{1+0.5 \cdot 198} = \frac{0.5}{100}$

**Ergo:** met:  $P_{vp} = 0.5\%$  (oftewel:  $P_{cp} = 99.5\%$ ) en:  $f = 0.5\%$

is de **algemene testbetrouwbaarheid** nog steeds **slechts 50%!**