Machtsverheffen:

$\mathbf{2^3} = 2 \times 2 \times 2$ (drie **2**-en met "×" ertussen)

$a^m = a \times a \times \ldots \times a$ ($\boldsymbol{m}$ $\boldsymbol{a}$'s met "×" ertussen)

Vermenigvuldigen van machten van zelfde grondtal:

$$2^{3} \times 2^{4} = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{7}$$

$$2^{3} \times 2^{4} = 2^{(3+4)} = 2^{7}$$

$$\boldsymbol{a^{m} \times a^{n} = a^{(m+n)}}$$

exponenten optellen!

Delen van machten van zelfde grondtal:

$$\frac{2^{7}}{2^{4}} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 = 2^{3} = 2^{(7-4)}$$

$$\frac{a^{m}}{a^{n}} = a^{(m-n)}$$

exponenten aftrekken!

(Die van teller minus die van noemer).

Delen van machten van zelfde grondtal terwijl ook de exponenten gelijk zijn:

gewoon exponenten aftrekken!

$$\mathbf{1} = \frac{a^k}{a^k} = a^{(k-k)} = \boldsymbol{a^0}$$

iets tot de macht nul is één! Altijd.

Behalve **nul** tot de macht nul;

dat heeft *geen enkele* waarde (*zelfs niet nul*!),

want er wordt stiekem DOOR NUL GEDEELD.

Noemerexponent groter dan tellerexponent:

gewoon exponenten aftrekken!

$$\frac{2^4}{2^7} = 2^{(4-7)} = \boxed{2^{-3}}$$

$$\frac{2^4}{2^7} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \boxed{\frac{1}{2^3}}$$

$$a^{-k} = \frac{1}{a^k} \qquad \& \qquad a^k = \frac{1}{a^{-k}}$$

macht met negatieve exponent

$=$ 1 gedeeld door met positieve.

Cijferpositienummers: 3210.123

$$10^3 = 1000$$
$$10^2 = 100$$
$$10^1 = 10$$
$$10^0 = 1$$
$$10^{-1} = 0.1$$
$$10^{-2} = 0.01$$
$$10^{-3} = 0.001$$

positienummers achter de komma als negatief beschouwen;
vóór de komma: laatste is positie ***nul***; dan achteruit tellen.

Gecombineerde exponenten (1):

2^{3^4} = twee tot de ***drie*** tot de vierde;

$(2^3)^4$ = twee tot de ***derde*** tot de vierde.

Zonder haakjes: van buiten naar binnen, van boven naar beneden, van achteren naar voren:

$$\mathbf{2^{3^4} = 2^{(3^4)}}$$

$$\boldsymbol{a^{m^n} = a^{(m^n)}}$$

Gecombineerde exponenten (2):

***zonder* haakjes**: van boven naar beneden:

$$\mathbf{2^{3^4}} = 2^{\left(3^4\right)} = 2^{(3\times3\times3\times3)} = 2^{81}$$

$$\begin{aligned}
= \quad & 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \\
& \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2 \times 2\times2\times2
\end{aligned}$$

$$\mathbf{= 2\ 417\,851\ 639\,229\ 258\,349\ 412\,352}$$

$$\approx 2\tfrac{1}{2} \text{ quadriljoen.}$$

Gecombineerde exponenten (3):

tussen haakjes moet ***altijd*** eerst:

$$\left(\mathbf{2}^{\mathbf{3}}\right)^{\mathbf{4}} = \left(2^{3}\right) \times \left(2^{3}\right) \times \left(2^{3}\right) \times \left(2^{3}\right)$$

$$= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$= 2^{\mathbf{12}} = 2^{(\mathbf{4} \times \mathbf{3})} = \mathbf{4096}$$

$$\boldsymbol{(a^{n})^{m} = a^{(m \times n)} = a^{mn}}$$

exponenten vermenigvuldigen!

Als we nu i.p.v. de oorspronkelijke regel:

$$\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{m}} = a \times a \times \ldots \times a \qquad (\boldsymbol{m}\ \ \boldsymbol{a}\text{'s met "}\times\text{" ertussen})$$

het thans gevondene als basisregels beschouwen,

hoeft een exponent geen geheel getal te zijn!

Maar áls die geheel is,
voldoet het gewoon aan de oude regel.

Breuken als exponent:

vervang n door $\frac{1}{k}$: $\left(a^{1/k}\right)^m = a^{m/k}$

dus als b.v. $m = k = 2$:

$$\left(a^{1/2}\right)^2 = a^{2/2} = a = \sqrt{a}^2 \quad \text{ergo: } a^{1/2} = \sqrt{a}$$

i.h.a.: $a^{1/k} = \sqrt[k]{a}$

en: $a^{m/k} = \sqrt[k]{a^m} = \sqrt[k]{a}^m$

Metaniveaus:

0e operatie: **ophogen** met 1;

1e operatie: **optellen** = herhaald ophogen;

$$a + \boldsymbol{n} = a + 1 + 1 + \cdots + 1$$

($\boldsymbol{n}$ keer ophogen);

2e operatie: **vermenigvuldigen** = herhaald optellen;

$$a \times \boldsymbol{n} = a + a + \cdots + a$$

($\boldsymbol{n}$ $\boldsymbol{a}$'s optellen);

3e operatie: **machtsverheffen** = herhaald vermenigvuldigen;

$$a^{\boldsymbol{n}} = a \times a \times \ldots \times a$$

($\boldsymbol{n}$ $\boldsymbol{a}$'s vermenigvuldigen);

4e operatie: **tetratie** = herhaald machtsverheffen;

$${}^{\boldsymbol{n}}a = a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}$$

($\boldsymbol{n}$ $\boldsymbol{a}$'s als "power tower" zonder haakjes).

Grootste getal met drie cijfers:

999 Noem jij dat groot? F.T.O.

$9^{9^9} =$ 428124773175747048036987115930563521339055482241443514 en dan nóg 369693046 cijfers, dus 369693100 cijfers in totaal, beginnend met 428 (aantal atomen in hele cosmos: slechts 80 cijfers).

${}^{9}9$ Alleen de hoogte van de uiteindelijke "power tower"

is al ${}^{9}9 = 9^{9^{9^{9^{9^{9^{9^{9^9}}}}}}} \approx 9^{9^{9^{9^{9^{9^{428\times10^{369693097}}}}}}}$ en dat valt absoluut niet uit te schrijven; alleen voor de inkt bevat het heelal *keiveel tot de macht ongelooflijk* Nondus Cnetterus *verdomd veel* te weinig atomen.