

Πυθαγόρας ὁ Σάμιος

Pythagoras van Samos (ca. 570 BCE – 495 BCE)

(en dat is níét de zesde eeuw voor Christus, maar de op vijf na laatste!)

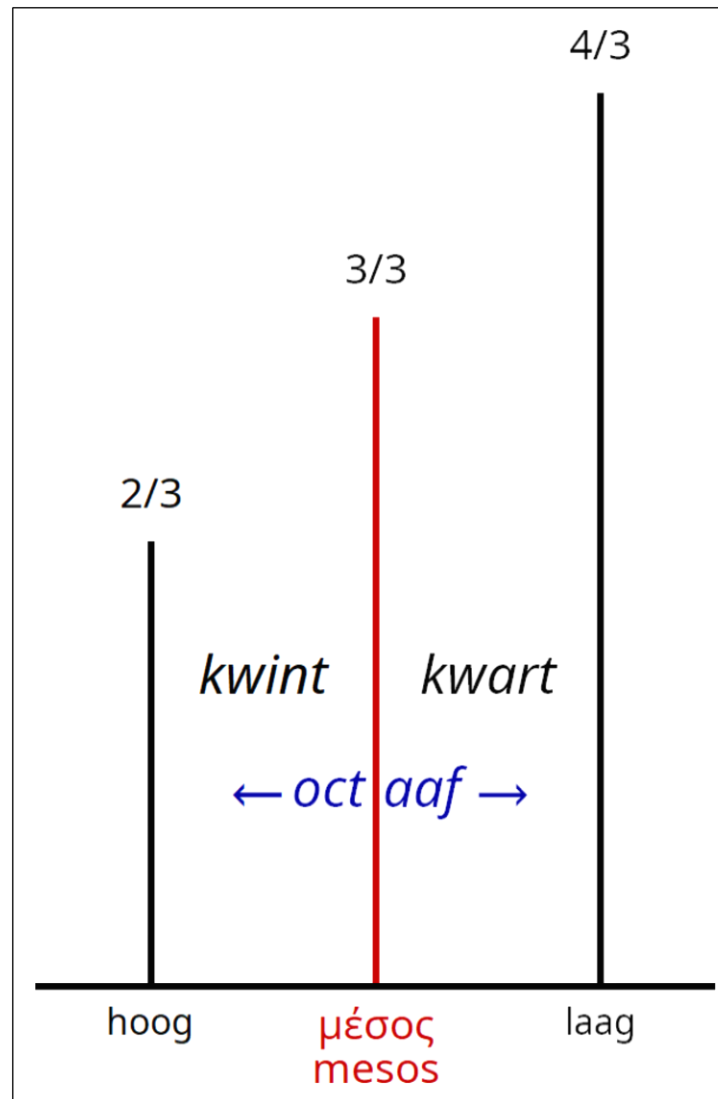
ontdekte¹: $a^2 = b^2 + c^2$

(maar dáár gaan we het nu helemaal niet over hebben).

Hij heeft ook gevonden dat snaren
met eenvoudige lengteverhoudingen
goed samenklinken. 

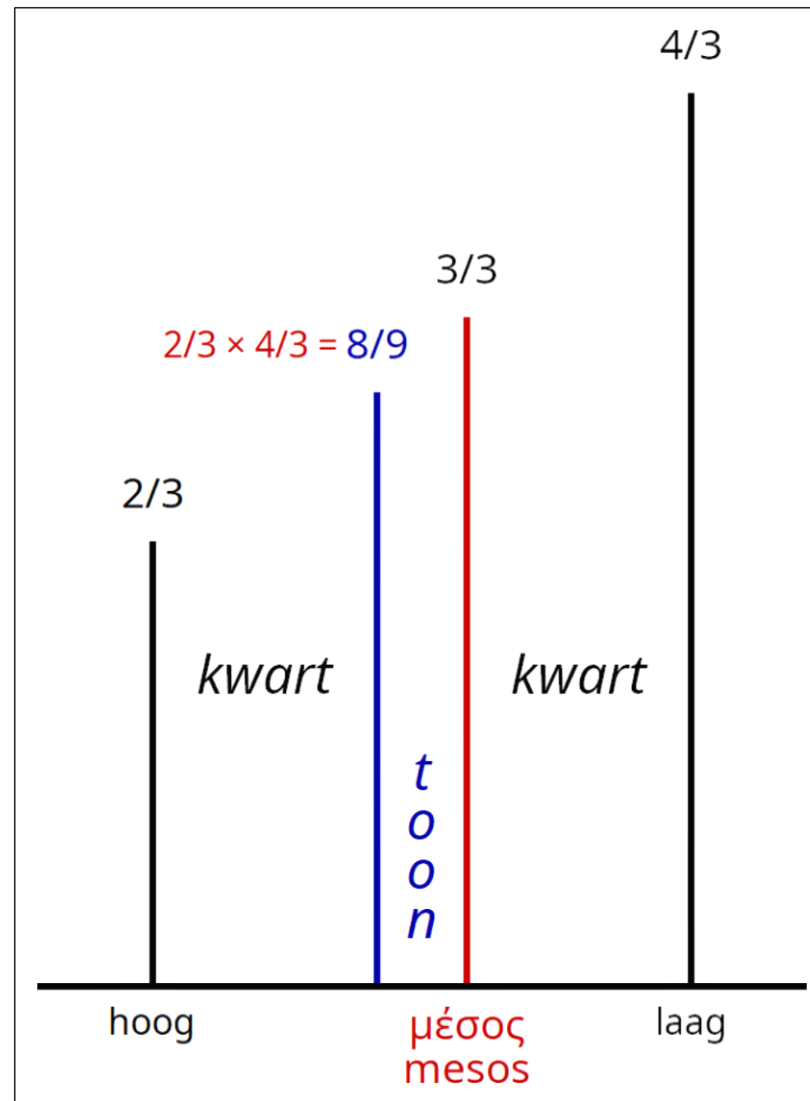
¹ Ahum, op het ruim 1000 (duizend) jaar oudere Soemerische kleitablet Plimpton 322 staat al een flinke rij getallen die precies voldoen aan deze stelling van Pythagoras.

Snaarlengtes: **2** staat tot **3** staat tot **4**:



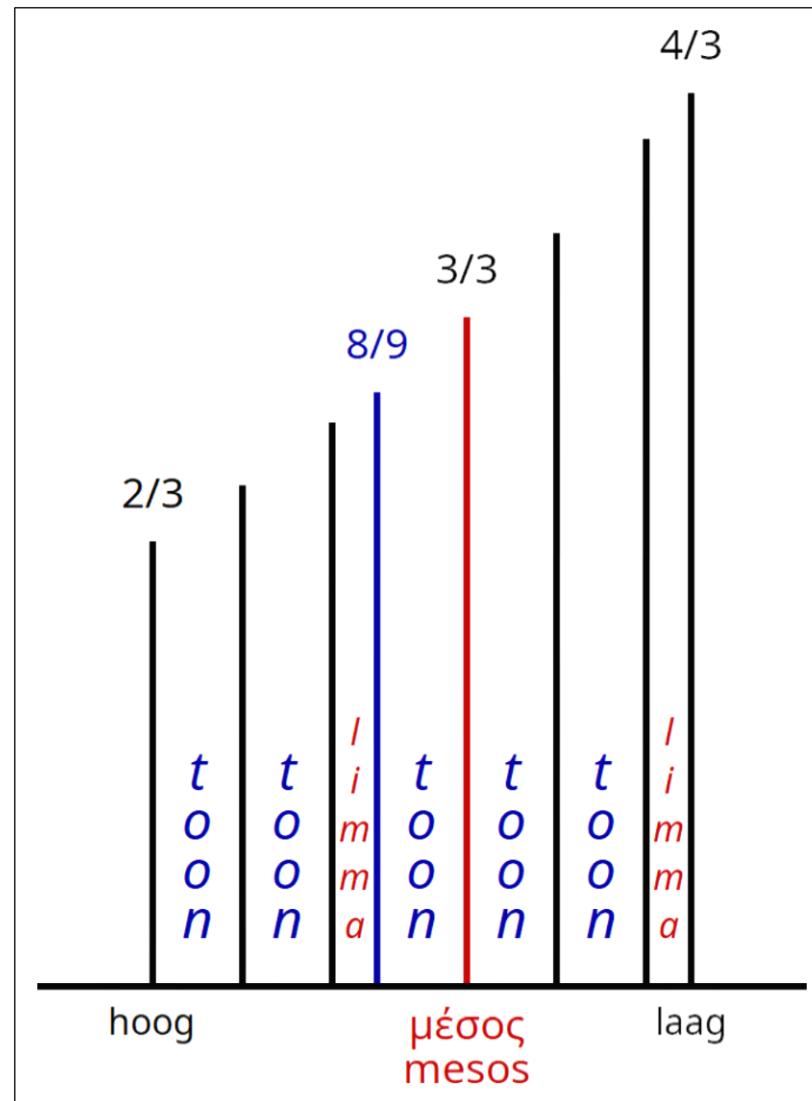
mesos = middelste

Hij splitste een *kwart* van de *kwint* af:



en vond zo, in deze mooie symmetrie, de *hele toon*.

Vervolgens vulde hij de twee *kwarten* op met *hele tonen*:



en hield aan beider einde wat ruimte over: *halve tonen*.

En zo had hij een *toonladder* gevonden:

toon ma

μέσος
mesos

Je herkent het vast wel: *heel, heel, half, heel, heel, heel, half,*
maar helaas, pindakaas, hij gaat van hoog naar laag...

Vervolgens hebben de niet te zieke antieke klassieke Grieken om met hun muzieken in sijke akoestieken te kunnen pieken de toonladder achterstevoren gezet, de μέσος naar voren gehaald en van daaraf de noten alfabetisch met (Griekse) letters aangeduid. Boethius heeft rond 500 CE Griekse teksten over muziek naar het Latijn vertaald.

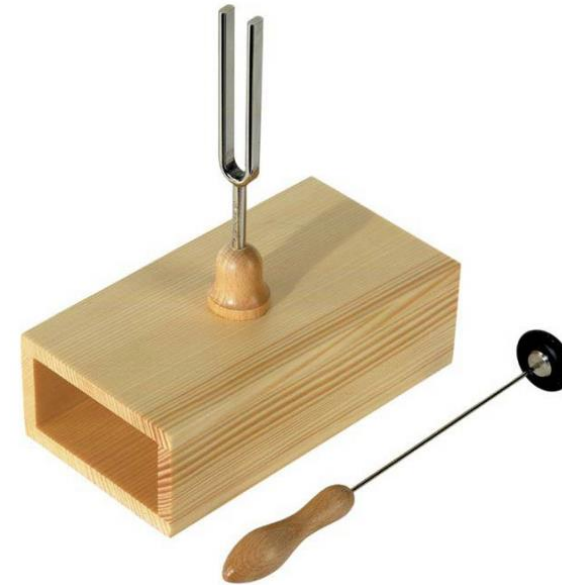
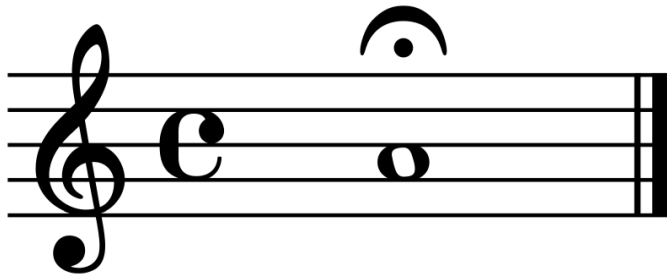
Grieken:	A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ
	alfa	beta	gamma	delta	epsilon	zeta	eta	theta
Boethius:	A	B	C	D	E	F	G	H
								modern: A

N.B. die *H* heeft níets te maken met de o.a. in Duitsland gebruikte $H = B$ & $B = Bes$.

Zie je dat dit resulteert in **A-klein** als **standaardtoonladder**?

A h A A A A A!

DAAROM stemmen we dus nog steeds op:



(a' = 440 Hz)

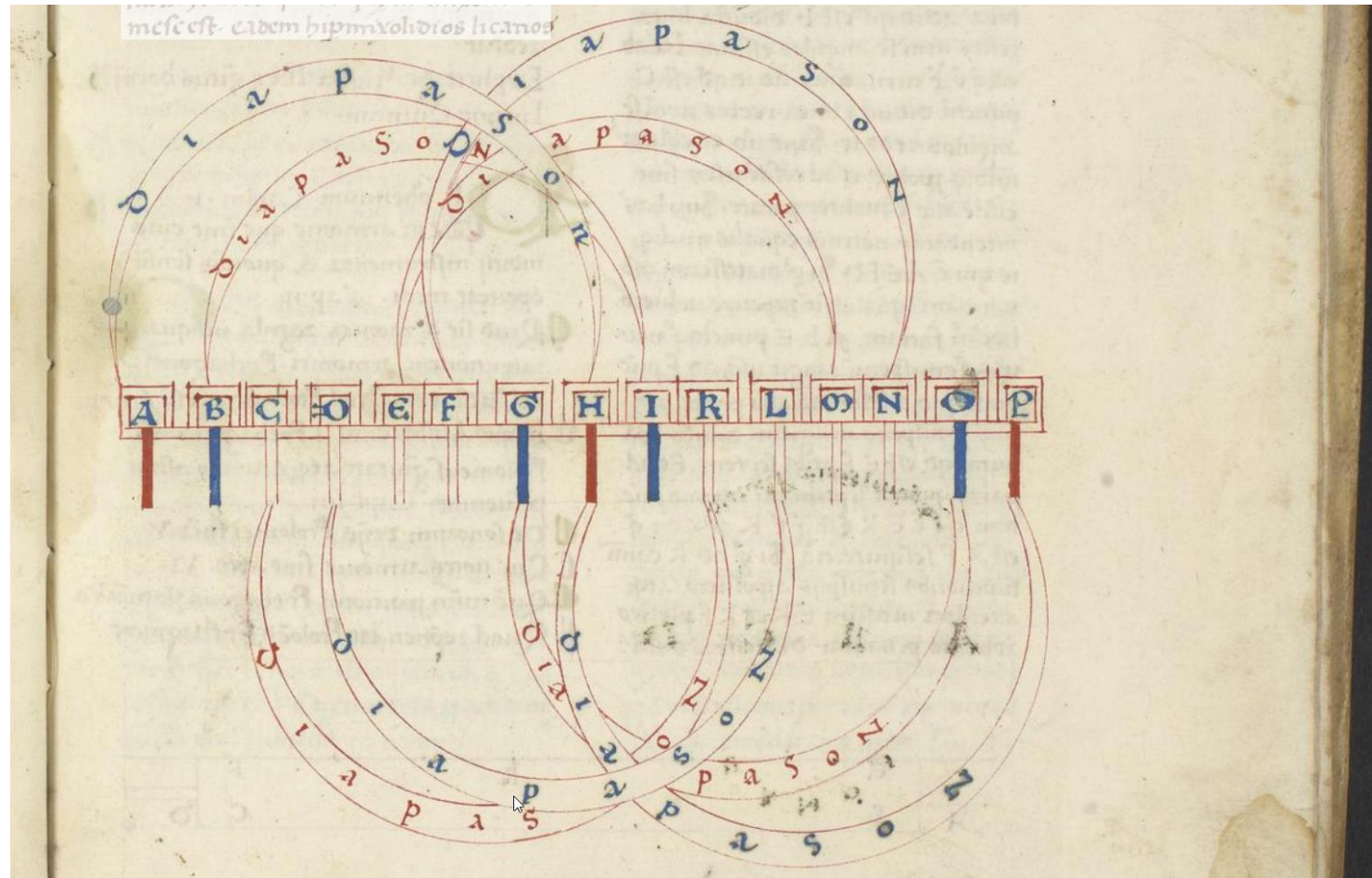
de μέσος .

Boethius — De Institutione Musica

<https://archive.org/details/ljs47>

ΑΒΓΔΕ ΖΗΘΙΚ ΛΜΝΞΟ → ΑΒCDE FGHIJK LMN~~X~~O

ΑΒΓΔΕ ΖΗΘΙΚ ΛΜΝΟΠ → ΑΒCDE FGHIJK LMNOP



diapason: **διά** (*diá*) = **door** / **πασῶν** (*pasôn*) = **alle** / **χορδῶν** (*khordôn*) = **noten** = **OCTAAF**

Uit het evangelie volgens Lucas, hoofdstuk 1:

Aartsengel Gabriel tot **Zacharias**: *uw vrouw **Elizabet** zal u een zoon baren, en gij zult zijn naam heten **Johannes**.*

Maar **Elizabet** was al *verre op haar dagen gekomen*, dus **Zacharias** geloofde het niet.

Voor straf werd stem afgenomen totdat **Johannes** een feit was.

Elizabet baarde² een zoon, **Zacharias** schreef dat die **Johannes** moest heten *en terstond werd zijn mond geopend en zijn tong losgemaakt; en hij sprak, God lovende.*

Later, toen hij groot was, koos **Johannes**
het veelbelovende beroep van **doper**.

² Leuk om te weten: *geboren* is een oud voltooid deelwoord van *baren*.

7½ eeuw later:

Warnifrid alias **Paulus Diaconus** (722 - 799 CE)

moest bij de paaswake het **Exsultet zingen**,
maar **basta chocoladepasta**,

stem kwijt!

Schreef vervolgens hymne ter ere van

Johannes de dooper,

die immers Zacharias' stem had hersteld.

C: **U**t queant laxis,
 D: **r**esonare fibris,
 E: **m**ira gestorum,
 F: **f**amuli tuorum,
 G: **s**olve polluti,
 A: **l**abii reatum,
Sancte **I**ohannes.



Kalligraaf: Adriaan van Egmond.

Opdat uw
 dienaren uw
 wonderlijke daden
 vrij kunnen bezingen,
 verschoon hun
 schuldige lippen,
 Heilige Johannes.

Lieve Jan, als jij ons onze zondige uitspraken
 vergeeft, zingen wij voor jou een mooi liedje.

Ctrl + <http://henk-reints.nl/muziek/Ut-queant-laxis-stanza01.mp3>

Ut Queant Laxis

Paulus Diaconus

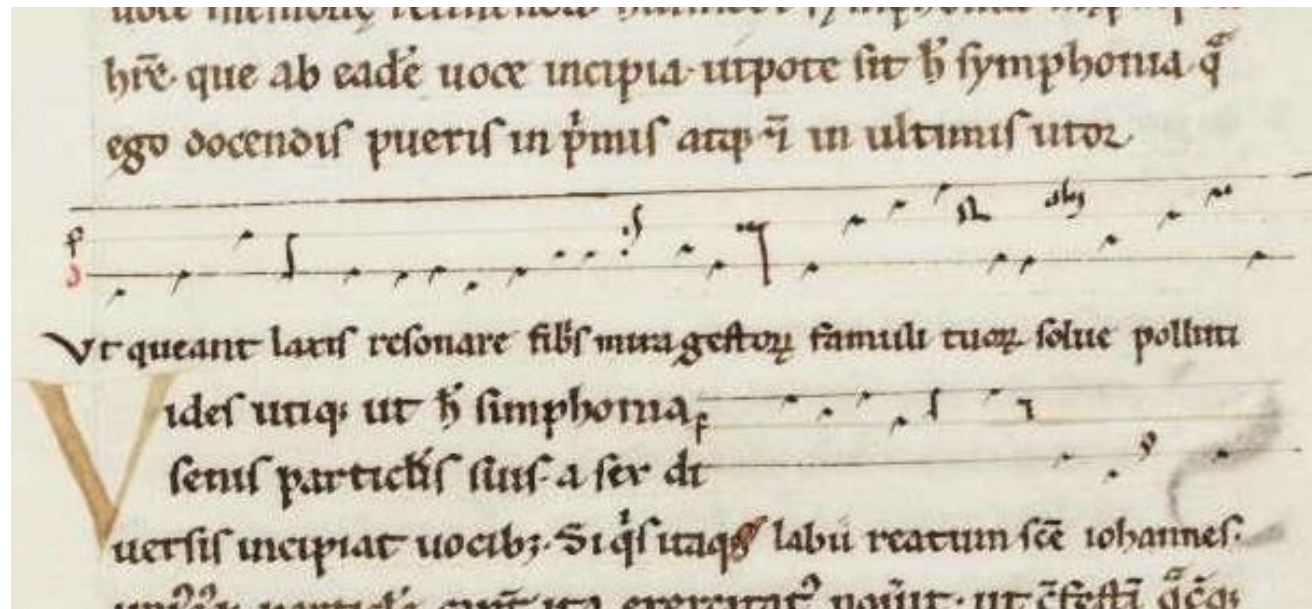
Ut que - ant la - xis,
Re - so - na - re fi - bris,
Mi - ra ges - to - rum,
Fa - mu - li tu - o - rum,
Sol - ve pol - lu - ti,
La - bi - i re - a - tum,
Sanc - te Io - han - nes.

HR: D-dorisch?

Epistola Guidonis

(...) utpote sit haec symphonia, qua ego docendis pueris imprimis atque etiam in ultimis utor.

(...) zoals bijvoorbeeld de volgende melodie, waarvan ik bij zangles aan de knapen hoofdzakelijk en zelfs uitsluitend gebruik maak.



Vides itaque ut haec symphonia senis particulis suis a sex diuersis incipiat vocibus.

Zoals je ziet beginnen van deze oude melodie de gedeelten met zes verschillende noten.

Guido Aretinus (1^e helft 11^e eeuw)

zag: *regelbegin stapsgewijs omhoog*;
gebruikte dit lied daarom voor zangles.

Knapen konden reeds na enkele dagen
waarvoor anders enkele weken nodig.

Hexachord: **ut**, re, mi, fa, sol, la = **c**,d,e,f,g,a.

DAAROM tegenwoordig: **C-groot**.

Anselmus van Vlaanderen (16^e eeuw): **S**ancte **I**ohannes → **si**

Giovanni Maria Bononcini (1673): **ut** → **do**

Sarah Anna Glover³ (GB, vroeg 19^e eeuw): **si** → **ti** (beginletters uniek)

³ See: "Most countries don't use ABCDEFG for note names" <https://www.youtube.com/watch?v=MVA8bgSBt5A>

Dubbel hexachord:

G			A			ut re mi fa sol la								
G	A	b	·	c	d	e	·	f	g	a	·	b	c'	d'
ut	re	mi		fa	sol	la		ut	re	mi		fa	sol	la


b durum



harde b

← *verminderd octaaf* →

b mollum



zachte b

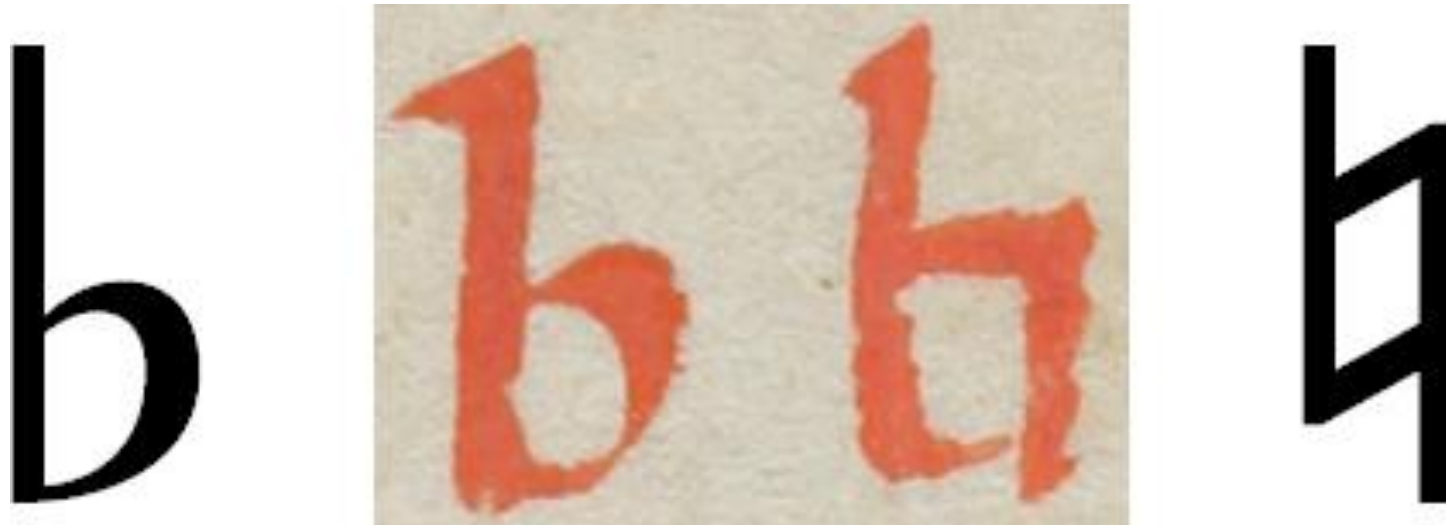
Gebruikte **b quadratum** **b** om **b durum** te noteren
en **b rotundum** **b** voor de **b mollum**.

Na uitvinding boekdrukkunst: **b** → **h**

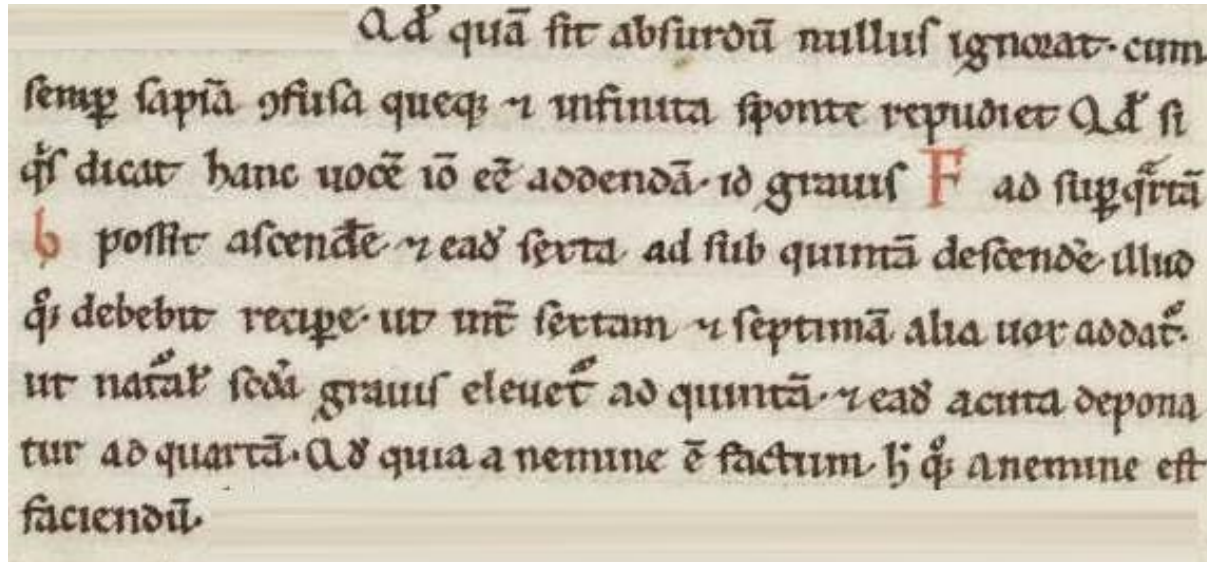
DAAROM o.a. in Duitsland: **B** = *Bes*, **H** = *B*.

Lekker verwarrend: *B dur* = *bes groot* (b mollum durum?).

b rotundum **b quadratum**



b durum noemde
hij ook **b-naturalis**.



Een **b** voor de **b** toevoegen?

Iedereen weet hoe absurd dat is. Als men die noot zou willen toevoegen, moet men ook toegeven dat dan tussen f en g nóg een noot moet worden toegevoegd.

**Quod quia a nemine est factum
 hoc quoque a nemine est faciendum.**

*Omdat dit door niemand is gedaan
 moet het ook door niemand worden gedaan.*

Hoe stout: tóch toegevoegd!
Tussen *F* en *G* kwam *Fis*.

b rotundum (bb):

b

1^e verhoging (bb → b):

♭

2^e verhoging (f → f#):

#

(alzijdig "franje"
toegevoegd)

Generalisatie: élke noot:

b = verlaging, **♭** = herstelling, **#** = verhoging.

Bij "mooie" intervallen verhouden de trillingsgetallen zich als eenvoudige breuken.

volkomen consonant	priem		1 : 1
	octaaf		2 : 1
	kwint		3 : 2
	kwart		4 : 3
onvolkomen consonant	grote tert		5 : 4
	kleine tert		6 : 5
	kleine sext	= octaaf – gr. tert $= \frac{2}{1} / \frac{5}{4}$	8 : 5
	grote sext	= octaaf – kl. tert $= \frac{2}{1} / \frac{6}{5}$	5 : 3
dissonant	grote secunde	= kwint – kwart $= \frac{3}{2} / \frac{4}{3}$	9 : 8
	grote kleine septiem [*]	= octaaf – kl. gr. sec. [*] $= \frac{2}{1} / \frac{10}{9}$	9 : 5

Lijst bevat alle niet verder te vereenvoudigen ééncijferige tellers & noemers (uitgezonderd 7) met $1 \leq t/n \leq 2$.

^{*}) gr.kl.sept.: zie p.48; kl.gr.sec. = kleine hele toon, zie p.23.

Priem, octaaf, kwint & kwart
zijn **volkomen consonant** en **rein**
(*tenzij verminderd of overmatig*).

tertsen & sexten
zijn **onvolkomen consonant** en **groot of klein**
(*tenzij verminderd of overmatig*).

ALLE andere intervallen
zijn **dissonant** (en dat is níét vals)

en **verminderd, klein, groot of overmatig**;

overmatige kleine = grote & verminderde grote = kleine;

overmatig dus alleen toepasbaar voor **rein** of **groot**;

verminderd blijft bij weinig pijn fijn gedei'n bij **rein** en **klein**

(laat ie fijn zijn, drink rijnwijn, zei Hein in de trein tegen Karlijn).

REIN betekent:

er bestaat geen grote of kleine versie van het interval en het is ook niet overmatig of verminderd.

Het betekent *niet*: zuiver, net zoals: dissonant \neq vals.

Er bestaan bijv. *géén* reine tertsen, die zijn óf groot, óf klein, óf overmatig, óf verminderd.

Natuurzuivere toonladder:

ut	re : ut	mi : ut	fa : ut	sol : ut	la : ut	si : ut	do : ut
1 : 1	9 : 8	5 : 4	4 : 3	3 : 2	5 : 3	15 : 8	2 : 1
	9 : 8 re : ut	10 : 9 mi : re	16 : 15 fa : mi	9 : 8 sol : fa	10 : 9 la : sol	9 : 8 si : la	16 : 15 do : si
	hele toon	kleine hele toon	diaton. halve toon	hele toon	kleine hele toon	hele toon	diaton. halve toon
	2 hele		1 halve	3 hele			1 halve

Oorspronkelijk was de eerste toon *ut*, maar door die *t* is dat voor zangles best wel *ut*. In 1673 heeft Giovanni Maria Bononcini *ut* vervangen door *do* (van Domine = Heer). Ik heb gekozen om beide toonladderuiteinden ondubbelzinnig te maken met *ut* en *do*.

3 hele tonen:	ut – re	fa – sol	la – si
2 kleine hele tonen:	re – mi	sol – la	
2 diatonische halve tonen:	mi – fa		si – do

Er zijn **twéé** verschillende *hele* tonen!

De "gewone" van **9 : 8** en de ***kleine hele toon*** van **10 : 9**

grote tert minus *hele toon* = $(5 : 4) / (9 : 8) = (5 : 4) \times (8 : 9) = (40 : 36) = (10 : 9)$

(*kleine grote secunde* en dat is beslist

géén kleine secunde want dát is een *halve* toon).

Verskil (eigenlijk verhouding) = $\frac{9}{8} / \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \times \frac{9}{10} = \mathbf{81 : 80} =$

syntonisch* of *didymisch komma

(of kortweg *komma*).

Het komma = "splinter", *microtonaal* interval
tussen ***enharmonisch gelijke*** noten (zelfde pianotoets).

**Alle intervallen kleiner dan een
halve toon heten *microtonaal*.**

Grieks	transliteratie	vertaling	voorbeeld
τόνος	<i>tonos</i>	(rek)spanning	<i>toon, tensie</i>
διά	<i>dia</i>	door(heen)	<i>diatonisch</i> = door de tonen = van de ene naar de andere
χρῶμα	<i>chroma</i>	kleur	laserlicht: <i>monochromatisch</i> : 1 golflengte; "wit" = gemengd (<i>polychromatisch</i>)
κόπτειν	<i>koptein</i>	hakken	Met een <i>komma</i> "hakken" we een zin in mootjes
σύν	<i>syn</i>	samen	<i>syntonisch</i> of <i>didymisch komma</i> : beide tonen horen bij elkaar
δίδυμο	<i>didymo</i>	tweeling	
σχίσμα	<i>schisma</i>	scheuring	Oosters schisma: Oosters-orthodox vs. Rooms-Katholiek
λειμμα	<i>leimma</i>	restant	Pythagoras' halve toon
ἀπό	<i>apo</i>	weg van	<i>aphelium</i> (uitspr. ≠ afelium , maphkees ⁴ !) = punt waar aarde verst van zon is
τόμος	<i>tomos</i>	snede	<i>atoom</i> = ondeelbaar; <i>tomografie</i> (in "plakjes" afbeelden)

⁴ Je moet die phout ofephphen! Oph kun je ofoesten waar ik die vis moet ofangen die de Staforster met sokofouder in kruifouding met een werfengel op heufoogte vanaph de ofaalbrug gevangen heepht?

Diatonisch = door(heen) de tonen
= van de ene naar de andere waarbij
je niet "uit" de toonladder kunt.
Van sport naar sport.

Een *diatonisch* instrument heeft geen kruisen of mollen (of slechts een beperkt aantal) en kan dus niet in elke toonsoort worden bespeeld.

N.B. *diatonisch* heeft niets te maken met de verschillende tonen bij blazen/zuigen of duwen/trekken op/aan (mond)harmonica of trekzak (Engels: squeeze box). Dat heet namelijk **bisonoor** (nøø, mafkøøø, niet bison-oor, maar bi-sonoor) of *dubbeltonig* (vs. *unisonoor* of *enkeltonig*). Een trekzak is zowel *diatonisch* als *bisonoor*. In het Frans heet het een *accordéon diatonique*. Een trekzak is dus wel degelijk een accordeon!

Toonladder:

ut	re	mi	fa	sol	la	si	do
	heel	heel	half	heel	heel	heel	half

Kwint hoger:

sol ⇒ ut	la ⇒ re	si ⇒ mi	do ⇒ fa	re ⇒ sol	mi ⇒ la	fa ⇒ si	sol ⇒ do
	heel	heel	half	heel	heel	half	heel

Nieuwe *re* (oude *la*) is *syntonisch/didymisch komma* te laag.
Dat vang je (mits je een goed gehoor hebt!) op met *intonatie*.

Maar nieuwe *si* (oude *fa*) is **halve toon te laag!**

Diatonische halve toon moet omhoog naar een *hele toon*.

Die aanvulling heet *chromatische halve toon*.

Met een metafoor als ware het een soortgelijk analogon van een dienovereenkomstige beeldspraak van gelijke strekking kun je dit zien als een *verkleuring* van die *si*.

Toonladder:

ut	re	mi	fa	sol	la	si	do
	heel	heel	half	heel	heel	heel	half

Kwint **lager**:

fa ⇒ ut	sol ⇒ re	la ⇒ mi	si ⇒ fa	do ⇒ sol	re ⇒ la	mi ⇒ si	fa ⇒ do
	heel	heel	heel	half	heel	heel	half

Nieuwe **la** (oude **re**) is *syntonisch/didymisch komma* te **hoog**.
Dat vang je (mits je een goed gehoor hebt!) op met *intonatie*.

Maar nieuwe **fa (oude **si**) is halve toon te hoog!**

Hele toon moet omlaag naar een *diatonische halve*,
oftewel een *chromatische halve toon* omlaag.

En dat flauwe pleonasme laat ik natuurlijk niet nog een keer bij
repeterende herhaling wederom opnieuw als déjà vu terugkomen,
maar natuurlijk is dit nu een *verkleuring* van die **fa**.

Oftewel:

 **kwint hoger** (= **kwart lager**) beginnen met **do**:

 nieuwe **si** (= oude **fa**) *chromatische halve* toon omhoog:

f → **f#** ; nieuw toonsoort: Gmaj/Emin;

 nieuw **re** (= oude **la**) *dyd. komma* omhoog intoneren;

 **kwart hoger** (= **kwint lager**) beginnen met **do**:

 nieuwe **fa** (= oude **si**) *chromatische halve* toon om laag:

b → **b \flat** ; nieuw toonsoort: Fmaj/Dmin;

 nieuwe **la** (= oude **re**) *dyd. komma* om laag intoneren.

Voorteken *chromatische halve toon*: kruis # of mol b .

$$\begin{array}{rcl}
 & \text{Diatonische halve toon:} & (16 : 15) \\
 + & \text{chromatische halve toon:} & \times (135 : 128) \\
 & = \text{hele toon:} & = (9 : 8)
 \end{array}$$

Verhouding: $(16 : 15) / (135 : 128) = (2048 : 2025) > 1$.

Diatonische is groter dan *chromatische*.

Verskil heet: *diaschisma* (doorscheuring) en dat is ook een van de vele muzikale *komma*'s.

C-groot: tussen: *cis* & *des*, *fis* & *ges*, *ais* & *bes* wordt *hele toon* ($c \leftrightarrow d$, $f \leftrightarrow g$, $a \leftrightarrow b$) "doorgescheurd".

Maar $d \leftrightarrow e$ & $g \leftrightarrow a$ zijn *kleine hele tonen*!

Kleine hele toon:

nootnamen: *vloer* en *plafond* \equiv : *v* & *p*

$$p = v \times (10 : 9).$$

Beide ver{ho|la}gen met *chromatische halve*:

$$vis = v \times (135 : 128);$$

$$pes = p \times (128 : 135)$$

$= [v \times (10 : 9)] \times (128 : 135) = v \times (1280 : 1215)$; na vereenvoudiging:

$$pes = v \times (256 : 243)$$

(interval 256 : 243 heet *limma* = *Pythagoreïsche diatonische halve toon*)

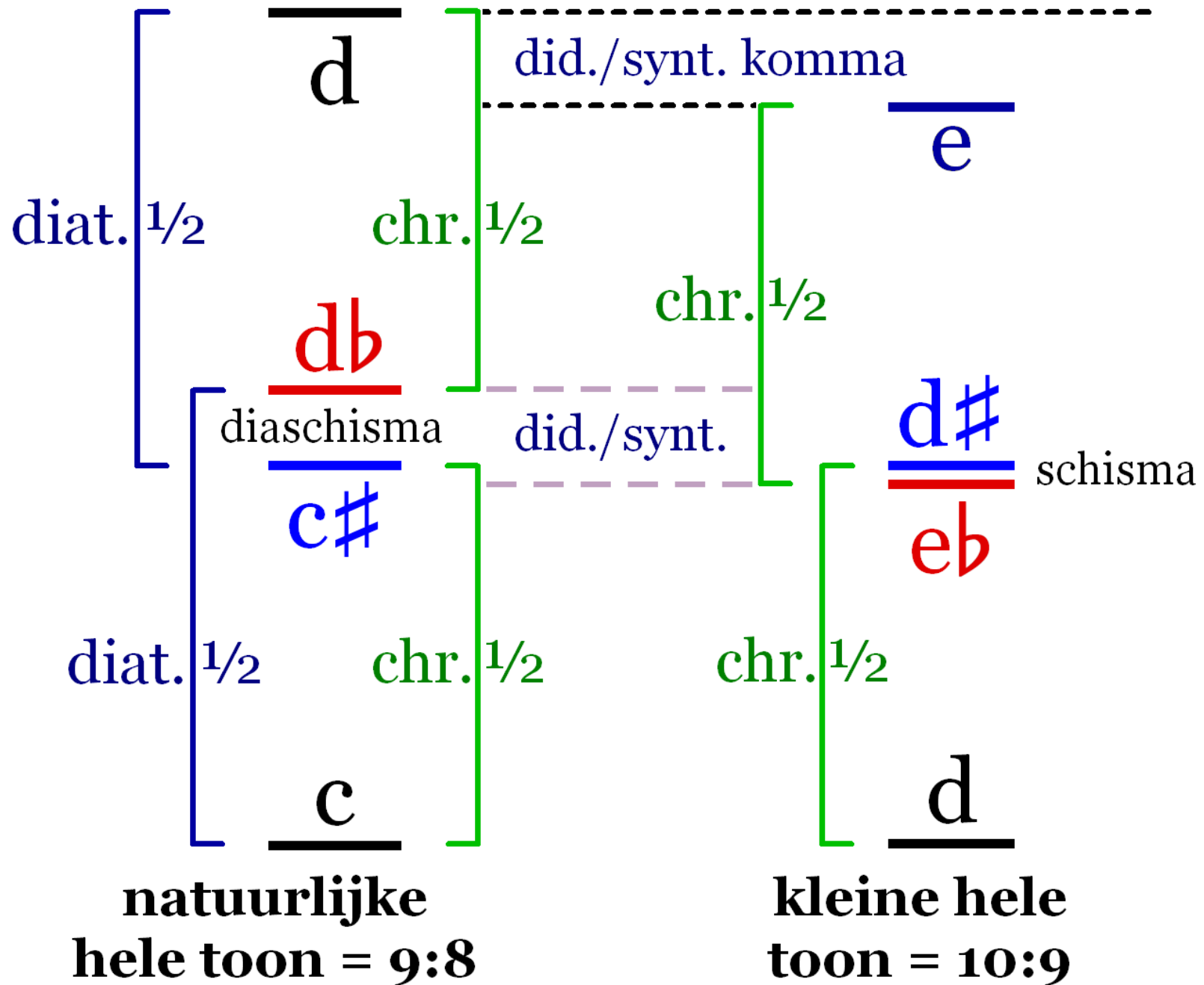
$$vis : pes = (135 : 128) / (256 : 243) = (32805 : 32768) > 1.$$

Resulteert in **overlap!** *vis* is *hoger* dan *pes*! Verschil heet *schisma* (*scheurtje, valse vouw*) en ook dat is een *komma*.

Chrom. verhoogde *re* > chrom. verlaagde *mi*, C-groot: *dis* > *es*,
 chrom. verhoogde *sol* > chrom. verlaagde *la*, C-groot: *gis* > *as*!

In C-groot:

#		b	interval		
cis	<	des	<i>diaschisma</i>	$2048/2025$	≈ 1.01136
dis	>	es	<i>schisma</i>	$32805/32768$	≈ 1.00113
fis	<	ges	<i>diaschisma</i>	$2048/2025$	≈ 1.01136
gis	>	as	<i>schisma</i>	$32805/32768$	≈ 1.00113
ais	<	bes	<i>diaschisma</i>	$2048/2025$	≈ 1.01136



Hele toon: **vis** is *diaschisma* **lager** dan **pes**;

kleine hele toon: **vis** is *schisma* **hoger** dan **pes**;

diaschisma **+** *schisma* = *didymisch komma*;

diatonische **+** *chromatische halve* = *hele toon*;

diatonische **-** *chromatische halve* = *diaschisma*;

2 *diatonische halve* = *hele toon* **+** *diaschisma*;

2 *chromatische halve* = *hele toon* **-** *diaschisma*.

Hoëzo halve tonen?

Intervalsoorten:

ofwel: **rein:** niet groot, niet overmatig,
niet klein, niet verminderd:
octaaf, kwint, kwart, priem;
rein is niet hetzelfde als zuiver!

dan wel: **groot/
klein:** niet rein, niet overmatig,
niet verminderd:
secunde, terts, sext, septiem;

of: **verminderd:** vloer **chromatisch** verhoogd
óf: *plafond* **chromatisch** verlaagd;

of: **overmatig:** *plafond* **chromatisch** verhoogd
óf: vloer **chromatisch** verlaagd.

Welke lucide geest heeft dat bedacht om
het **overmatig** te noemen i.p.v. **vermeerd**?

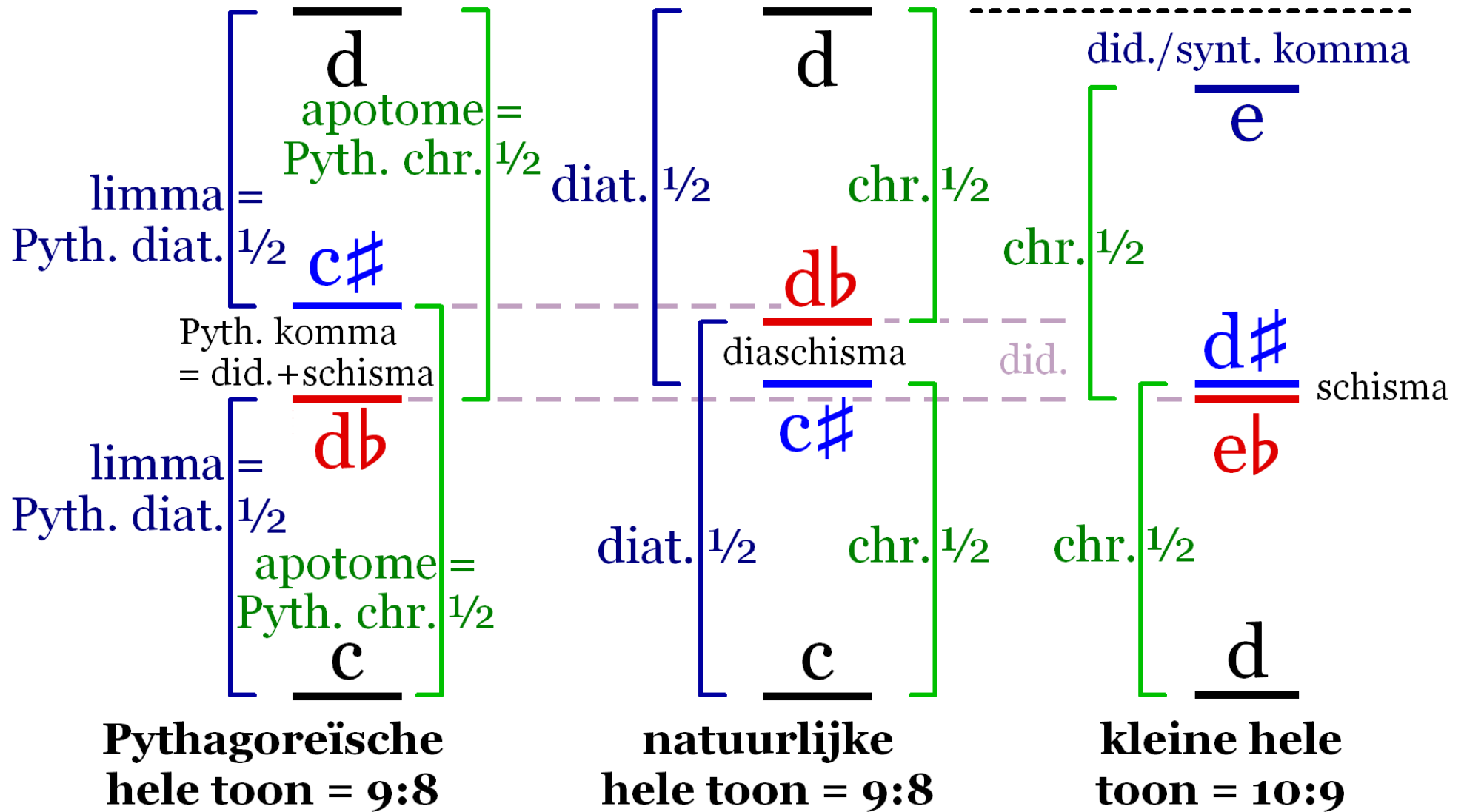
Reeds genoemd: *limma* = (256 : 243)
 = **Pythagoreïsche diatonische halve toon**
 = *diatonische halve toon* − *didymisch komma*.

Tegenhanger: *apotome* = (2187 : 2048)
 = **Pythagoreïsche chromatische halve toon**
 = *chromatische halve toon* + *didymisch komma*.

"Apotome" = "wegsnijding".

Apotome > *limma* en wel een **Pythagoreïsch komma**
 = *didymisch komma* + *schisma*.

Pythagoreïsche stemming: *cis* is **Pythagoreïsch komma** **hoger** dan *des*,
 natuurzuiver: *cis* is *diaschisma* **lager** dan *des*.



Hele toon + *kleine hele toon*

$$= (9 : 8) \times (10 : 9) = (10 : 8) = (5 : 4)$$

= *grote tert*.

Tertsen beetje **laag** intoneren
vanwege *kleine hele toon*!

Twee *hele tonen* = *didymisch komma* te **hoog**!

$$= (81 : 64) = \textit{Pythagoreïsche grote tert}.$$

Twée verschillende *kleine tertsen*:

		↔		
re : ut	mi : ut	fa : ut	sol : ut	
	10 : 9	16 : 15	9 : 8	
	mi : re	fa : mi	sol : fa	

		↔		
re : ut	mi : ut	fa : ut	sol : ut	
	10 : 9	16 : 15	9 : 8	
	mi : re	fa : mi	sol : fa	

Natuurzuivere *kleine tert*:

hele toon + *diat. halve*:

$$mi \leftrightarrow sol = (16 : 15) \times (9 : 8) = (6 : 5)$$

Pythagoreïsche *kleine tert*:

kleine hele + *diat. halve*:

$$re \leftrightarrow fa = (10 : 9) \times (16 : 15) = (32 : 27)$$

= *hele toon* + *limma*:

$$= (9 : 8) \times (256 : 243) = (32 : 27) = \text{te klein.}$$

Verschil: *didymisch komma*.

Pyth. kl. sext = octaaf — *Pyth. gr. terts*,

Pyth. gr. sext = octaaf — *Pyth. kl. terts*.

Zelfs natuurzuivere toonladder bevat dus "valse" intervallen!

Zwakke kwint:


	ut	re	mi	fa	sol	la	si	do	
	9 : 8	10 : 9	16 : 15	9 : 8	10 : 9	9 : 8	16 : 15		
	heel	kl.heel	diat.½	heel	kl.heel	heel	diat.½		

$$\frac{10}{9} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} = \frac{40}{27} = \frac{3}{2} / \frac{81}{80} = 1.481\ 481 \dots$$

Bevat twee *kleine hele tonen!*
Intoneren!

Diabolus in musica:

Tritonus:



ut	re	mi	fa	sol	la	si	do
	9 : 8 <i>heel</i>	10 : 9 <i>kl.heel</i>	16 : 15 <i>diat.½</i>	9 : 8 <i>heel</i>	10 : 9 <i>kl.heel</i>	9 : 8 <i>heel</i>	16 : 15 <i>diat.½</i>

Drie *hele tonen*: $\frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{45}{32} \approx \sqrt{2} = \textit{half octaaf}$.

$\sqrt{2}$ kan op geen enkele wijze als breuk worden geschreven;
dus zeker géén "mooie" verhouding van trillingsgetallen.

Overmatige kwart (dus ook de *verminderde kwint*).

$$\textit{Kleine tert} + \textit{grote tert} = \textit{reine kwint}$$
$$(6 : 5) \times (5 : 4) = (6 : 4) = (3 : 2)$$

Kleine en **grote** **drieklank**

(*priem* ↔ *terts* ↔ *kwint*)

zijn beide natuurzuiver,

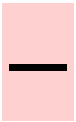
zowel: *priem* ↔ *kwint*


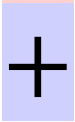
als: *priem* ↔ *terts*

als: *terts* ↔ *kwint*.

Verschillende *diatonische halve tonen*:

diatonische halve toon = (16 : 15)
= ***kleine secunde***;

limma = (256 : 243)
= ***Pyth. diat. halve toon***
= ***kleine secunde***  ***didymisch komma***;

groot limma = (27 : 25)
= ***hele toon***  ***klein chroma***⁵
= ***kleine secunde***  ***didymisch komma***.

⁵ Zie volgende pagina voor ***klein chroma*** & ***groot limma***.

Verschillende *chromatische halve tonen*:

reeds bekend: *chrom. halve* = (135 : 128)

= ***groot chroma*** (ook: *klein limma*);

term *klein limma* komt van Friedrich Wilhelm Marpurg (1718-1795), maar hij snapte 't niet. *Limma* en *groot limma* zijn *diatonische* halve tonen, terwijl het *klein limma chromatisch* is.

Bovendien is het *klein limma* een *schisma* groter dan het *limma*. *Reuzeklein* dus.

Klein chroma = *grote tert* — *kleine tert*

$(5 : 4) / (6 : 5) = (25 : 24) =$ *klassieke chromatische halve toon*;

bijbehorende *diatonische halve*:


$(9 : 8) / (25 : 24) = (27 : 25) =$ ***groot limma***.

klein chroma = *groot chroma* — *didymisch komma*.

Apotome = *Pyth. chrom. halve toon*

= *groot chroma* + *dydimisch komma*.

Halve tonen:

	diatonisch		chromatisch	
Pythag.::	<i>limma</i> 256 : 243 ≈ 1.05350	+	<i>apotome</i> 2187 : 2048 ≈ 1.06787	<p>=</p> <p>hele toon</p> <p>9 : 8</p> 
<i>didymisch komma</i> = 81 : 80 = 1.0125				
natuur- zuiver:	<i>diat. halve kl. secunde</i> 16 : 15 = 1.0666[6]	+	<i>chrom. halve groot chroma</i> 135 : 128 ≈ 1.05469	
<i>didymisch komma</i> = 81 : 80 = 1.0125				
klassiek:	<i>groot limma</i> 27 : 25 = 1.08	+	<i>klein chroma</i> 25 : 24 = 1.0416[6]	

UIT JE HOOFD LEREN:

geen voortekens:



= C groot;

1 mol = F groot;

VOORlaatste mol = do;

LAATSTE kruis = si/ti;

bijbehorende kleinertertstoonladder:

(ja, één woord, net als *bruinebonensoep*)

kleine terts lager.

Kommapomp:

b.v. *kwint* omhoog moduleren:

(oude *sol* wordt nieuwe *ut*):

nieuwe *re* is *didymisch komma* te laag.

Evidente correctie treft o.d.d. *elke toon*,
b.v. *één hele toon* omhoog moduleren (2#)
= *twee kwinten* omhoog (en *octaaf* omlaag)
= *twee noten* krijgen *didymisch komma*.



alle tonen uiteraard een *chrom. 1/2* omhoog,
maar óók allemaal een *didymisch komma*!
(dus allemaal een *apotome* omhoog).

Kommapomp:

2 *reine kwinten*↑ & 2 *reine kwarten*↓ = 2 *hele tonen*↑.

Dan brengt *zuivere grote tert*↓ je niet terug bij af,
maar *didymisch komma* te **hoog!**

Telkens *reine kwint*↑ & *reine kwart*↓ = *hele toon*↑.
Resulteert in *overmatige septiem* > *octaaf*: **te hoog!**

Twee van die *hele* hadden *kleine hele* moeten zijn
en eentje had twee *diatonische halve* moeten zijn.

Overschot = 2 *didymisch komma's* − 1 *diaschisma*
 $(81 : 80) \times (81 : 80) / (2048 : 2025) = (81 : 80) \times (32805 : 32768) = (531441 : 524288)$
 = *didymisch komma* + *schisma* = *Pythagoreïsch komma*.

Probleem voor a-capellakoren!

Zelfs beroepskoren eindigen wel eens ruim hoger dan ze begonnen!

Septiem

buitelt een beetje als buitenbeentje.

Grote septiem: octaaf — *diatonische halve.*
 $(2 : 1) / (16 : 15) = (30 : 16) = (15 : 8)$

Kleine septiem: octaaf — *hele toon.*
 $(2 : 1) / (9 : 8) = (16 : 9) \approx 1.777[7]$

Grote kleine septiem: octaaf — *kleine hele toon.*
 $(2 : 1) / (10 : 9) = (9 : 5) = 1.8$; eenvoudiger, dus makkelijker te intoneren.

Harmonische septiem: het échte buitenbeentje...

Is ook een *kleine septiem*; verhouding: $(7 : 4) = 1.75$

Als eenvoudigste breuk het makkelijkst (als tweeklank) te intoneren.

"Officieel" dissonant, maar klinkt goed!

Past vanwege die **7** echter helemaal niet in het systeem.

Je raakt je referentie kwijt. *Harmonisch* is een rekbaar begrip.

Menselijk gehoor: meerdere tonen tegelijk:
(even hard & in "normaal" toonbereik)

hoogste overheerst!

gr.drieklank:	priem	gr.terts	kwint
tonen:	Ut	Mi	Sol
toontrappen:	1: <i>tonica</i>	3: <i>mediant</i>	5: <i>dominant</i>

In *priem* + *gr.terts* + *kwint* + *kl.sept.*
overheerst dus de septiem; die ***domineert!***

Dáárom: ***dominant***septiemakkoord.

(Eén woord, net als *bruinebonensoep!* De *septiem* domineert, niet het akkoord.)

Verwarrenderwijs (zo ongeveer altijd) opgebouwd met
dominant = *kwint* van toonsoort als *priem* in akkoord.

Dominantseptiemakkoord:

priem ↔ *grote tert* ↔ *kwint* ↔ *kleine septiem*

Tonen:	1 : 1	5 : 4	3 : 2	<i>harm.:</i> 7 : 4
Stappen:	5 : 4 = <i>gr. t.</i>	6 : 5 = <i>kl. t.</i>	7 : 6 = <i>septim. kl. t.</i> ⁶	
DomH7 = 4 : 5 : 6 : 7; klinkt goed		7 : 5 = <i>septim. of Huygens' tritonus</i> ⁶		

verschil = 64 : 63 = *septimaal komma, Archytas' komma* ↑↓

Tonen:	1 : 1	5 : 4	3 : 2	<i>kl.:</i> 16 : 9
Stappen:	5 : 4 = <i>gr. t.</i>	6 : 5 = <i>kl. t.</i>	32 : 27 = <i>Pyth. kl. t.</i>	

verschil = *dydimisch komma*. Daaarr is-t-ie wèer! ↑↓

Tonen:	1 : 1	5 : 4	3 : 2	<i>gr. kl.:</i> 9 : 5
Stappen:	5 : 4 = <i>gr. t.</i>	6 : 5 = <i>kl. t.</i>	6 : 5 = <i>kl. t.</i>	

Dom7 met *gr. kl. septiem* helemaal in consonante stappen,
maar wel degelijk dissonant: septiem & tritonus.

⁶ *septimale kleine tert*; *septimale tritonus* = *diabolus in musica* (élke Dom7 heeft een tritonus).

Intervallen in opklimmende volgorde:

32805 : 32768	1.001129150390625		schisma	
2048 : 2025	1.011358024691358		diaschisma = hele toon - 2 chrom.½	Δ = schisma
81 : 80	1.0125		syntonisch/didymisch komma = hele toon - kleine hele toon	
531441 : 524288	1.013643264770508		Pythagoreïsch komma	Δ = schisma
25 : 24	1.041666666666667		<i>klein chroma = klassieke chrom.½ = gr.terts - kl.terts</i>	
256 : 243	1.053497942386831		<i>limma = Pythagoreïsche diat.½</i>	
135 : 128	1.0546875	# b	groot chroma = chrom.½ = hele toon - diat.½	
16 : 15	1.066666666666667	m2	diatonische halve toon = kleine secunde	
2187 : 2048	1.06787109375		<i>apotome = Pythagoreïsche chrom.½ = hele toon - limma</i>	
27 : 25	1.08		<i>groot limma = hele toon - klein chroma</i>	
10 : 9	1.111111111111111	LM2	kleine hele toon = kleine grote secunde	
9 : 8	1.125	M2	hele toon = grote secunde	
32 : 27	1.185185185185185		<i>Pythagoreïsche kleine tert</i>	
6 : 5	1.2	m3	kleine tert	
5 : 4	1.25	M3	grote tert	
81 : 64	1.265625		<i>Pythagoreïsche grote tert</i>	
4 : 3	1.333333333333333	P4	kwart	
3 : 2	1.5	P5	kwint	
128 : 81	1.580246913580247		<i>Pythagoreïsche kleine sext</i>	
8 : 5	1.6	m6	kleine sext	
5 : 3	1.666666666666667	M6	grote sext	
32 : 27	1.6875		<i>Pythagoreïsche grote sext</i>	
7 : 4	1.75		harmonische septiem	
16 : 9	1.777777777777778	m7	kleine septiem	
9 : 5	1.8	gm7	grote kleine septiem	
15 : 8	1.875	M7	grote septiem	
2 : 1	2	P8	octaaf	

Stemapparaten en –apps: Pythagoreïsche stemming **NIET gebruiken, is vals!**

Viool e.d.: kwintenrein! Meeste andere: gelijkzwevend.

Je moet überhaupt geen
stemapparaat gebruiken,
maar *stemvork* plus ***OREN!***

Kwintenrein \neq octavenrein!

bijv. (alt)viool, cello, contrabas⁷.

12 *kwinten* = 7 *octaven* + *Pythagoreisch komma*

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = \frac{531441}{4096}, \quad \left(\frac{2}{1}\right)^7 = \frac{128}{1}, \quad \left(\frac{531441}{4096}\right) / \left(\frac{128}{1}\right) = \frac{531441}{4096 \times 128} = \frac{531441}{524288}.$$

Reine kwint — *Pythagoreisch komma*

$$= 262144/177147 \approx 1.4798 = \textit{wolfskwint}.$$

⁷ Contrabas is weliswaar in kwarten gestemd

(van laag naar hoog: E, A, D, G) maar dat is van hetzelfde laken een pak.

Kwintenrein gestemde viool:

Losse g → losse d' = 3 : 2;

losse d' → losse a' = 3 : 2, totaal = 9 : 4;

losse a' → losse e'' = 3 : 2, totaal = 27 : 8;

losse e'' → g'' = 6 : 5, totaal = **81** : 20.

Maar is losse g → g'' op e-snaar *niet 2 octaven?*

2 octaven = (2 : 1) × (2 : 1) = (4 : 1) = **80** : 20.

3 reine kwinten + kleine terts
= 2 reine octaven + didymisch komma!

12-TET = 12 Tone Equal Temperament

gelijkzwevende stemming; pianostemming

Octaaf verdeeld in 12 gelijke halve tonen

$$\text{semitone}^{12} = 2 \rightarrow \text{semitone} = \sqrt[12]{2} \approx 1.059\ 463\ 094\ 359\ 295$$

Níét: *alle tonen even vals!* A is zuiver, C & Fis deugen niet.

Níét: *alle intervallen even vals!*

Wél: *gelijknamige intervallen*
in *elke toonsoort even vals.*

Alle *octaven* natuurzuiver;

alle *kwinten* nipt te klein, *kwarten* nipt te groot;

grote tertsen & kleine sexten ruim te groot/klein,

maar slechts ~ 0.64 *didymisch komma*;

kleine tertsen & grote sexten nog meer te klein/groot,

maar slechts ~ 0.73 *didymisch komma*;

rest deugt ook niet, maar wijkt minder af.

Grootste 12-TET afwijking (~ 0.82 *didymisch komma* te laag):
 gelijkzwevende *kleine septiem* — zuivere *grote kleine septiem*;
 Dom7 op goed gestemde piano = *keivals*.

Tenslotte:

CENT = 1/100 gelijkzwevende halve toon

$$\text{ratio} = \sqrt[1200]{2} \approx 1.000\ 577\ 789\ 506\ 555.$$

Toonsafstand in centen: $1200 \times \log_2 \left(\frac{\text{plafond}}{\text{vloer}} \right)$
 (*plafond* & *vloer*: trillingsgetallen).

Terugrekenen: $\text{plafond} : \text{vloer} = 2^{(\text{centen}/1200)}$

Centen gewoon optellen/aftrekken
 mits met voldoende cijfers achter **de** komma;
 twee meer dan wat je in het eindresultaat wilt tonen
 houdt opstapeling van afrondfouten binnen de perken.

Claudius Ptolemæus (0100-0170) & Gioseffo Zarlino (1517-1590):

Welke stemming je ook kiest, met een goed gehoor zing/speel je natuurzuivere intervallen.

(mits het instrument dat mogelijk maakt).



Gemengd koor "De bek wiedz op'n"

<https://www.ossensisse-zeedorp.nl/images/Dorpsraad/Koor/koor.jpg>

Zie ook:

<http://henk-reints.nl/HR-Tweeklanken-Lissajous.pdf>

Tantacrul (<https://www.youtube.com/@Tantacrul>):

Notation Must Die: The Battle For How We Read Music

(<https://www.youtube.com/watch?v=Eq3bUFgEcb4>)



Henk Reints

[Henk-Reints.nl](http://henk-reints.nl)