De moleculen in de lucht botsen nogal eens tegen elkaar, maar hoe vaak eigenlijk?

Maar allereerst even wat fundamenten van de mechanica. Het magnum opus van Sir Isaac Newton is de Philoſophiæ Naturalis Principia Mathematica, *de wiskundige beginselen der natuurwetenschap*, ook wel kortweg de Principia genoemd. Het is zo'n beetje de grondslag van de natuurkunde. De derde (en laatste door Newton zelf geredigeerde) editie begint met een gigantische bladzijdeomslagoefening, namelijk een serie voorwoorden van heb ik jou daar, maar oefening baart kunst en op een gegeven moment bereik je pagina 1, alwaar het werk feitelijk begint met:

DEFINITIONES.

DEFINITIO I.

Quantitas materiæ eſt menſura ejuſdem orta
ex illius denſitate et magnitudine conjunctim.
Hoeveelheid materie is een maat gelijk aan wat voortkomt
uit de samenvoeging van de dichtheid daarvan en de grootte.
(...)
Hanc autem quantitatem ſub nomine corporis vel maſſæ in ſequentibus paſſim intelligo.
Het is deze hoeveelheid die ik in wat verder volgt versta onder de termen lichaam of massa.

DEFINITIO II.

Quantitas motus eſt menſura ejuſdem orta
ex velocitate et quantitate materiæ conjunctim.
Hoeveelheid beweging is een maat gelijk aan wat voortkomt
uit de samenvoeging van snelheid en hoeveelheid materie.

DEFINITIO III.

Materiæ vis inſita eſt potentia reſiſtendi, qua corpus unumquodque,
quantum in ſe eſt, perſeverat in ſtatu ſuo vel quieſcendi
vel movendi uniformiter in directum.
Een aangeboren kracht van materie is het weerstandsvermogen, waardoor elk lichaam,
voor zover het het in zich heeft, volhardt in zijn toestand van ofwel rust
dan wel eenparige rechtlijnige beweging.

DEFINITIO IV.

Vis impreſſæ eſt actio in corpus exercita, ad mutandum ejus
ſtatum vel quieſcendi vel movendi uniformiter in directum.
Uitgeoefende kracht is een actie uitgeoefend op een lichaam, bedoeld om zijn
toestand van ofwel rust dan wel eenparige rechtlijnige beweging te veranderen.

Ik voeg hieraan toe:

Dichtheid is de *hoeveelheid* van *iets* in een bepaald *volume*.
Zondere nadere aanduiding is dat *iets* een *hoeveelheid materie*.

Materie is het *spul* waar alle dingen als het ware uit voortkomen.
Het woord komt van mater, het Latijnse woord voor *moeder*.

Zie je dat definitie 1 cyclisch is ad infinitum? Ze verwijst middels *illius* = *daarvan* telkens weer opnieuw nogmaals bij herhaling repetitief "overnieuw" terugkerend iteratief wederom naar zichzelf...

In de toelichting van definitie 1 introduceert Newton de termen *lichaam* en *massa* als *hoeveelheid materie*. Had hij nou eerst *materie* gedefinieerd dan was dat voldoende geweest.
In 1911 ontdekte Rutherford de atoomkern en sindsdien weten we dat dat *spul* zo goed als volledig geconcentreerd zit in de kernen van de atomen waaruit een *lichaam* bestaat. Die kernen bevatten protonen en neutronen, samen nucleonen genoemd. *Hoeveelheid materie* is daarmee evenredig aan het totale *aantal* nucleonen in een *lichaam*. Ook jouw lichaam!
Jouw eigen *massa* is de *hoeveelheid spul* waaruit je bestaat en je *gewicht* is de *kracht* waarmee jij en de aarde elkaar aantrekken, oftewel de *zwaartekracht*, en die kan worden gecompenseerd met *middelpuntvliedende kracht*. Daardoor zijn ruimtevaarders gewichtloos, maar ze hebben gewoon nog steeds hun *massa* want ze bestaan immers immer nog uit *spul*.
Overigens ben je zelf ook eventjes gewichtloos als je een sprong maakt met beide voeten van de grond. Zelfs zolang je dan omhoog gaat heet dat vrije val, en in vrije val voel je je *gewicht* niet. Als je geblindeerd springt heb je zelfs geen enkele notie van de omkering die er plaatsvindt als je opwaartse beweging overgaat in een neerwaartse. Probeer het maar eens. Flinke sprong maken, maar wees voorzichtig, als je geblindeerd springt heb je namelijk ook geen deugdelijk inzicht meer in het moment van neerkomen, wat een vreselijke rotsmak tot gevolg kan hebben. ~~Beton~~ grasveld!

Afijn, je kent nu de begrippen *lichaam* en *massa* (*hoeveelheid materie*), *hoeveelheid beweging*, en *uitgeoefende kracht*. Dat laatste is dus een *actie* om de *weerstand* te overwinnen die *materie* uit zichzelf biedt (*vis inſita* = *aangeboren kracht*) tegen verandering van zijn toestand van rust of eenparige rechtlijnige *beweging*. Die *weerstand* heet in het Nederlands: *traagheid*. Het verzet tegen bewegingsverandering.

Na enig doorbladeren in de Principia bereiken we vervolgens blz. 13, alwaar we aantreffen:

AXIOMATA, SIVE LEGES MOTUS.

GRONDSLAGEN, OFWEL BEWEGINGSWETTEN.

LEX I.

Corpus omne perſeverare in ſtatu ſuo vel quieſcendi vel movendi uniformiter in directum,
niſi quatenus illud a viribus impreſſis cogitur ſtatum ſuum mutare.

Ieder lichaam volhardt in zijn toestand van ofwel rust dan wel eenparige rechtlijnige beweging,
behalve voor zover het door een uitgeoefende kracht wordt geacht zijn toestand te veranderen.

LEX II.

Mutationem motus proportionalem eſſe vi motrici impreſſæ,
& fieri ſecumdum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Verandering van beweging is evenredig met de uitgeoefende drijvende kracht,
& zal volgens de rechte lijn zijn waarlangs deze kracht wordt uitgeoefend.

LEX III.

Actioni contrariam ſemper & æqualem eſſe reactionem : ſive corporum
duorum actiones in ſe mutuo ſemper eſſe æquales & in partes contrarias dirigi.

Tegengesteld aan een actie is er altijd een gelijke reactie : ofwel van twee lichamen
zijn de wederzijdse acties altijd gelijk & in tegengesteld gerichte delen.

WAARSCHUWING

Hieronder kom je FORMULES tegen!
Die moet je niet overslaan, maar lezen!
Dat duurt dan doodgewoon even.
Die tijd moet je er gewoon voor nemen.

De in definitie 2 genoemde *hoeveelheid beweging* heet ook wel *impuls*. Die is dus evenredig met zowel *massa* als *snelheid*, zodat: $p = m \cdot v$

De p komt van het Latijnse pulsus, het voltooid deelwoord van pello = o.a. *in beweging zetten*, en de v is van velocitas = *snelheid*.

De 2e wet van Newton, die zegt dat *impulsverandering* evenredig is aan de *uitgeoefende kracht*,

is het meest bekend als: $F = m \cdot a$

waarin de F (van het Latijnse fortis = *sterk*; N.B. fors betekent *toeval*, denk daarbij ook aan Fortuna) staat voor *kracht* en $a = \frac{dv}{dt}$ is de *versnelling* (de a komt van acceleratio).

Eigenlijk luidt Newtons 2e wet echter: $F = \dot{p}$

ofwel: $F = \frac{dp}{dt}$

Dat is de *impulsverandering* per *tijd* en dit zogeheten *differentiaalquotient*

benaderen we met het *differentiequotient*: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

en deze formule gaan we straks toepassen. Δ is de Griekse hoofdletter *delta* en die staat voor de "d" van het Latijnse differentia. Het symbool duidt op een verandering van de waarde.

Ik geef nog een definitie, in de stijl van Newton:

Verrichte arbeid is een maat gelijk aan wat voortkomt uit de samenvoeging
van een *uitgeoefende kracht* en de *verplaatsing* dientengevolge.

Arbeid is dus met beide evenredig, en dan is het in formulevorm:

arbeid: $W = F \cdot s$

waarin de W van het Engelse *work* komt en de s staat voor *afgelegde weg*. Die s komt van het Latijnse strata, wat zelf een verkorting is van via strata = *geplaveide, geëffende weg* (Steenweg).

Als ik nu bijvoorbeeld een bal wegwerp, dan oefen ik daar een *kracht* op uit over pakweg een armlengte *afstand*. Ik verricht dus *arbeid* gelijk aan *kracht* maal *afstand* en die *verrichte arbeid* komt als het ware in die bal terecht. Er zit dan dus een *hoeveelheid verrichte arbeid* in. En als jij dan die bal tegen je bol krijgt zal je bol op die bal reageren want die bal gaat diezelfde *hoeveelheid arbeid* verrichten door op je bol een *kracht* uit te oefenen zodat je bol door die knal van die bal achteroverslaat en zich dus over een *afstand* verplaatst. Terwijl die bal naar je bol op weg was zat er dus een *hoeveelheid arbeid* in. Die *erin* zittende *hoeveelheid verrichte of verrichtbare arbeid* heet *energie*. Het Griekse εν (*en*) betekent *in* en εργον (*ergon*) betekent *werk*.

***Energie* is een *hoeveelheid verrichte of verrichtbare arbeid* die ergens *in* zit.**

Zo, nu weet je eindelijk wat energie nou eigenlijk is.

En omdat die bal ondertussen in *beweging* was heet dat dan *bewegingsenergie* of *kinetische energie*. Het Griekse κινησις (*kinesis*) betekent *beweging*, en die *kine* vinden we ook in b.v. *cinema*. Daar worden immers bewegende beelden getoond, toch? Oh ja? In een bioscoop worden uitsluitend stilstaande beelden geprojecteerd. En er rijdt ook nooit een huifkar over het scherm en al helemaal niet met achteruit draaiende wielen...

Deze *bewegingsenergie* berekenen we als volgt:

Newtons 2^e wet: $F = m \cdot a$

geeft bij constante (dus onveranderlijke) *kracht* en *massa* een constante *versnelling*

en dan wordt de *snelheid*: $v = a \cdot t$

ook geldt: $v = \frac{ds}{dt} \therefore ds = vdt$

Voor de totaal verrichte *arbeid* vinden we dan:

$$W = \int_0^s Fds' = \int_0^t ma \cdot vdt' = \int_0^t ma \cdot at'dt' = ma^2 \int_0^t t'dt' = \frac{1}{2} ma^2 t^2$$

De *bewegingsenergie* is daaraan gelijk, en met terugsubstitutie van $at = v$ krijgen we dan:

Bewegingsenergie: $\boldsymbol{E_k = \frac{1}{2} mv^2}$

Deze formule komt straks nog terug. Nu heb je hopelijk een beetje natuurkundig inzicht verworven en we gaan terug naar de oorspronkelijke vraag:

<u>De moleculen in de lucht botsen nogal eens tegen elkaar, maar hoe vaak eigenlijk?</u>

Wel, laten we eerst eens kijken of we de *luchtdruk* kunnen berekenen. Stel dat één molecuul precies loodrecht tussen twee evenwijdige wanden heen en weer botst zonder enig *energieverlies*. Relevante grootheden zijn dan:

wandafstand: L
molecuulmassa: m
molecuulsnelheid: v

Vanzelfsprekende geldt:

oversteektijd: $\Delta t = \frac{L}{v}$

en per botsing: *snelheidsverandering*: $\Delta v = 2v$

dus: *impulsverandering*: $\Delta p = 2mv$

derhalve ondervindt het molecuul als gevolg van de botsingen

een *gemiddelde kracht* van: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mv}{L/v} = \frac{2mv^2}{L}$

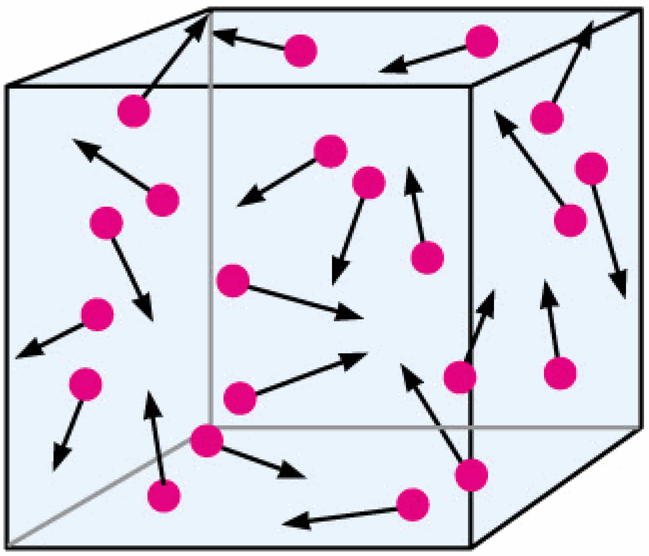
Dit is een gemiddelde over de *tijd* voor één molecuul. Nu gaan we dit alvast middelen over alle moleculen die straks ten tonele verschijnen. Dat noteren we simpelweg met een streepje erboven. Dat hoeft natuurlijk alleen boven mv^2, want alleen *massa* en *snelheid* zouden per molecuul kunnen verschillen.

Dus: *gemiddelde kracht* op wand: $\bar{F} = \frac{2\overline{mv^2}}{L}$

en dit is de *kracht* die door één molucuul wordt uitgeoefend.

En vanaf nu staat de p in dit betoog niet langer voor *impuls* (*hoeveelheid beweging*), edoch voor *druk*. Déze p komt van het Latijnse pressura.

Nu stellen we ons een verzameling van zulke moleculen voor in een kubusvormige ruimte. Dan gebeurt hetzelfde in drie dimensies (*lengte*, *breedte*, *hoogte*), dus van alle moleculen gaat slechts één derde heen en weer tussen een tweetal overstaande wanden. Eigenlijk is deze redenering iets te simpel.



https://d2jmvrsizmvf4x.cloudfront.net/Jv49clucTs26tDpp3TFe_motion-of-molecules1.gif

De *normaal* is een lijn die ergens loodrecht op staat. Het Latijnse woord norma betekent onder andere *winkelhaak*. En zowel de *invalshoek* als de *terugkaatsingshoek* gelden ten opzichte van de *normaal*. Dat is zo gekozen omdat we de *normaal* op een oppervlak eenvoudig kunnen vinden vanaf een afstand, zonder het oppervlak te beroeren (wat een verplaatsing en/of contaminatie en dus een ernstige verstoring van een meting zou kunnen veroorzaken), en ook is de (vaak onbekende) precieze vorm van het oppervlak dan niet meer relevant. En dan is die hoek veel nauwkeuriger en eenvoudiger meetbaar. Bij loodrechte inval of terugkaatsing is de betreffende hoek dus nul. Hier moet je misschien even aan wennen.

De *invals-* en *terugkaatsingshoek* zijn aan elkaar gelijk en ik noteer hem met de Griekse letter φ (*phi*). Deze hoek ligt vanzelfsprekend tussen $-90°$ en $+90°$, ofwel (in radialen):

$$\frac{-\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

Beredeneer zelf waarom er niet "$\leq$" staat!
Bij schuine inval komt nu $\cos\varphi$ ten tonele,

dus dan krijgen we: $$\bar{F} = \frac{2m\overline{(v\cos\varphi)^2}}{L}$$

Nu is het gemiddelde van $\cos^2\varphi$ over bovenstaand interval gelijk aan $\frac{1}{2}$, dus nou zijn we van de *kracht* op zeg de linkerwand ineens de helft kwijt... Wat nu? Wel, de moleculen zijn op te delen in drie groepen. Een derde van het totaal heeft zijn grootste *snelheidscomponent* links/rechts, een derde vooruit/achteruit en een derde omhoog/omlaag. Anders gezegd: één derde zijn links/rechtsgangers en de overige twee derde noem ik dwarsgangers. En het zijn allemaal schuinsmarcheerders... Die ene derde, dus de links/rechtsgangers, zorgt zoals net aangegeven voor de helft van de *kracht* op de linkerwand (en natuurlijk ook op de rechter). Van de dwarsgangers, die dus twee derde van de bulk uitmaken, heeft de helft ook nog een *snelheidscomponent* naar links en de andere helft naar rechts. Die linksneigende dwarsgangers zullen uiteindelijk ook tegen de linkerwand botsen. Dat is de helft van twee derde ofwel één derde. En ook die tellen maar half vanwege $\overline{\cos^2\varphi} = \frac{1}{2}$. En samen met de reeds gevonden helft is dat dus bingo! Ken je die van die mummy? Die is ook heel ingewikkeld...

Nu moeten we dus de *kracht per molecuul* vermenigvuldigen met wat er per saldo tegen die ene wand botst en dat is dus alsof één derde van het totale *aantal* moleculen loodrecht heen en weer kaatst. Dit totale *aantal* moleculen is gelijk aan

de	*molecuuldichtheid*:	ρ_m	($\rho =$ Griekse letter *rho*)
maal het	*volume* van die kubus:	$V = L^3$	
ergo	totaal *aantal* moleculen:	$N_{tot} = \rho_m L^3$	

Het *aantal* tussen twee overstaande wanden heen en weer botsende moleculen
is dus: $N_{2w} = \frac{1}{3}\rho_m L^3$

Maar slechts de helft daarvan gaat heen en de andere helft gaat weer,

dus het *aantal* dat tegen één wand botst is: $N_{1w} = \frac{1}{6}\rho_m L^3$

Dan is de	*totale kracht* op één wand:	$F_{tot} = N_{1w} \cdot \bar{F} = \frac{1}{6}\rho_m L^3 \cdot \frac{2\overline{mv^2}}{L} = \frac{1}{3}\rho_m \overline{mv^2} L^2$
Tevens geldt:	*wandoppervlakte*:	$A = L^2$
alsmede:	*druk* is *kracht* per *oppervlakte*:	$p = \frac{F}{A}$
en dan is de	*druk* op de wand:	$p = \frac{1}{3}\rho_m \overline{mv^2}$
Nu is de	*molecuuldichtheid*:	$\rho_m = \frac{N}{V}$
dus:	***luchtdruk*:**	$\boldsymbol{p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \overline{mv^2}}$
Ook geldt:	*molecuuldichtheid*:	$\frac{N}{V} = \frac{n \cdot N_\mathrm{A}}{V}$

daarbij is N_A de *constante van Avogadro* en n de *hoeveelheid stof*, hetgeen je vooral níét moet verwarren met *hoeveelheid materie*! Stofhoeveelheid is het aantal mol en *hoeveelheid materie* is in wezen het aantal nucleonen. Een mol is in dezen niet het gazonverwoestende ondergrondse beestje, noch het muziekteken ♭, maar een bepaald aantal moleculen, en wel het aantal dat wordt aangegeven door deze *constante van Avogadro*:

$$N_\mathrm{A} = 602\,214\,076\,000\,000\,000\,000\,000 = 6.02214076 \times 10^{23}\ \text{/mol}$$

Oorspronkelijk was dat ooit vastgesteld als het aantal atomen in één gram waterstof en een mol heet daarom ook wel grammolecuul, maar tegenwoordig is het gedefinieerd als deze exacte waarde.

Hiermee is de ***luchtdruk*:** $\boldsymbol{p = \frac{1}{3} \cdot \frac{n \cdot N_\mathrm{A}}{V} \cdot \overline{mv^2}}$

Als we nu precies 1 mol beschouwen vinden we

het	*molair volume*:	$V_m = \frac{V}{N_\mathrm{A}}$
dus geldt ook:	***luchtdruk*:**	$\boldsymbol{p = \frac{1}{3} \cdot \frac{n}{V_m} \cdot \overline{mv^2}}$

De *molecuuldichtheid* $\frac{n \cdot N_\mathrm{A}}{V} = \frac{N}{V}$ wordt vaak simpelweg aangeduid met N, wat niet erg duidelijk is omdat we de n of N eigenlijk alleen zouden moeten gebruiken voor een *aantal* en niet voor een *aantal* per *volume*.

De slimmeriken hebben ondertussen natuurlijk al het feest der herkenning gevierd.

Dat betreft de: *bewegingsenergie*: $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ dus: $m v^2 = 2 E_k$

Ergo: ***luchtdruk***: $\boldsymbol{p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \overline{E_k}}$

De *luchtdruk* is twee derde van de *molecuuldichtheid*
maal de gemiddelde *bewegingsenergie* per molecuul.

Ook geldt: *totale bewegingsenergie*: $E_{k,tot} = N \cdot \overline{E_k}$

en dat is dus het totaal van alle moleculen bij elkaar.

Daaruit volgt: ***luchtdruk***: $\boldsymbol{p = \frac{2}{3} \cdot \frac{E_{k,tot}}{V}}$

waaruit blijkt dat *druk* eigenlijk zo iets is als *energiedichtheid*!

We kunnen nu tot een merkwaardige conclusie komen. *Druk* is *kracht* per *oppervlakte* en alleen de wanden van een vat hebben een *oppervlakte* waarop die kan worden uitgeoefend. Met *vat* bedoelen we een willekeurige begrensde en afgesloten ruimte, dus ook jouw huiskamer is natuurkundig een vat. De *luchtdruk* bestaat dan dus alleen maar op de muren en niet zo maar ergens midden in de kamer! Maar zodra we aldaar een manometer plaatsen meet die wel degelijk een *druk*. Hij heeft immers zelf wel een *oppervlakte* waarop hij die meet. Een ter plekke niet bestaande entiteit blijkt dus toch meetbaar te zijn... Als we *druk* echter zien als *energiedichtheid* geldt die natuurlijk wél overal.

Heb jij ook ooit de wet van Boyle geleerd?
Bij constante *temperatuur* geldt: $pV = constant$
en Gay-Lussac heeft dat uitgebreid tot: $\frac{pV}{T} = constant$

Hierin is T de *temperatuur* (die we natuurlijk tellen vanaf het *absolute nulpunt*). Uiteraard is die *constante* evenredig met de *hoeveelheid stof*. Bijvoorbeeld een verdubbeling daarvan bij gelijkblijvende *druk* en *temperatuur* impliceert immers een verdubbeling van het *volume* (b.v. twee gasflessen).

Daaruit volgt dan de *algemene gaswet*: $pV = nRT$

waarin R de zogeheten *gasconstante* is. Hierin kunnen we de formule voor *luchtdruk* invullen:

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{n \cdot N_\mathrm{A}}{V} \cdot \overline{E_k}\right) \cdot V = nRT$$

wat we vereenvoudigen tot: $\frac{2}{3} \cdot N_\mathrm{A} \cdot \overline{E_k} = RT$

waaruit volgt: $\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_\mathrm{A}} \cdot T$

Met de *constante van Boltzmann*: $k = \frac{R}{N_\mathrm{A}} = 1.380649 \times 10^{-23}$ J/K

krijgen we dan de

gemiddelde *bewegingsenergie* per molecuul: $\boldsymbol{\overline{E_k} = \frac{3}{2} kT}$

Hieruit blijkt:

- *temperatuur* is in feite niets anders dan een afspiegeling van de gemiddelde *bewegingsenergie* van de moleculen;
- er bestaat een absoluut nulpunt, want *bewegingsenergie* kan niet negatief zijn.

Wat ook wel grappig is: dankzij Einsteins beroemde formule $E = mc^2$ kunnen we nu dus uitrekenen hoe zwaar een graad Celsius oftewel 1 kelvin is:

$$\frac{\frac{3}{2}k\cdot(1\text{ K})}{c^2} \approx 4.6\times10^{-40}\text{ kg}$$

Door in de algemene gaswet $n = 1$ in te vullen vinden we het

molair volume: $V_m = \frac{RT}{p} = \frac{N_A kT}{p}$ $\left(=\frac{B_L oT}{p}?\right)$

Bij 0 °C $=$ 273.15 K en een druk van 101325 Pa ($=$ 1 atm) is dat: 22.4139695 liter.

Hierboven was al gegeven: $mv^2 = 2E_k$

en dan vinden we: $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

Dit lijkt sprekend op de *geluidssnelheid*[1]: $c = \sqrt{\frac{\gamma kT}{m}}$

waarin γ (Griekse letter *gamma*) de *adiabatische index* is (die ik hier niet uitleg). Voor lucht geldt: $\gamma = \frac{7}{5}$,

dus: $\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{3}{\gamma}} = \sqrt{\frac{15}{7}}$

De *geluidssnelheid* in lucht is derhalve ca. 68% van de *molecuulsnelheid*.

Laten we die *molecuulsnelheid* maar eens echt gaan uitrekenen. Dan moeten we getallen gaan invullen. We doen net of lucht voor 80% uit $^{14}N_2$ en voor 20% uit $^{16}O_2$ bestaat,

en dan is de *molecuulmassa*: $m_{air} = \frac{80}{100}\cdot 2\cdot 14 + \frac{20}{100}\cdot 2\cdot 16 = \frac{2240}{100} + \frac{640}{100} \approx 28.8\text{ u}$

("u" = atomaire massa-eenheid), oftewel: $m_{air} = 28.8\text{ u} \approx 4.8\times10^{-26}\text{ kg}$

Verder rekenen we met zogeheten standaardomstandheden, wat wil zeggen:

temperatuur: 293 K (20 °C)
luchtdruk: 101325 Pa (1 atm)

Waaruit volgt: *molecuulsnelheid*: $v = \sqrt{\frac{3kT}{m_{air}}} = \sqrt{\frac{3\cdot1.38\times10^{-23}\cdot293}{4.8\times10^{-26}}}$

en dat is: $\boldsymbol{v_{std} = 503\text{ m/s} = 1810\text{ km/h}}$ Jawel.

Zo hard vliegen de luchtmoleculen dus door de huiskamer! Anderhalf maal de *geluidssnelheid*.

En hoeveel moleculen zitten er eigenlijk in een kubieke meter lucht?

Wel, uit de algemene gaswet: $pV = nRT = n\cdot N_A\cdot k\cdot T$

volgt: $\frac{p}{kT} = \frac{n\cdot N_A}{V} = \frac{n}{V_m} = \frac{N}{V} = \rho_m$

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_sound

En dat is het dus, $\rho_m = \frac{N}{V} = \frac{n}{V_m} = \frac{p}{kT}$. We moeten alleen nog de juiste getallen invoeren.

Wederom standaardomstandigheden: $\frac{p}{kT} = \frac{101325}{1.38\times10^{-23}\cdot293}$

ergo: $\boldsymbol{\rho_{m,air} = \frac{N}{V} \approx 2.5 \times 10^{25}\ /\mathrm{m}^3}$, vijfentwintig quadriljoen moleculen per kuub.

Het per molecuul beschikbare *volume* is dus: $\frac{1}{2.5\times10^{25}}\ \mathrm{m}^3 = 40\ \mathrm{nm}^3$

En de derdemachts wortel daaruit geeft de (kubische)
gemiddelde onderlinge *afstand*: $r_{air} = 3.42\ \mathrm{nm}$

N.B.: 1 nm is een nanometer, een miljoenste millimeter.

Bij zo'n grote *molecuuldichtheid* botsen die moleculen natuurlijk ook tegen elkaar. En nu komen we dus toe aan de vraag die helemaal vooraan was gesteld. Hè hè, eindelijk. Moleculen hebben een bepaalde grootte. Denk nu even aan de maan, die natuurlijk bolvormig is met een *oppervlakte* van $4\pi r^2$. We zíén de volle maan echter als een cirkelvormige schijf met een *schijnbare oppervlakte* van πr^2. Dat is bij moleculen natuurlijk niet anders. Er geldt voor botsingen een *effectieve schijnbare oppervlakte* en die heet *werkzame doorsnede* (Engels: *cross section*). Die is uiteraard van invloed op de kans op een botsing tussen twee moleculen. En natuurlijk is dat ook de zojuist als niet bestaand aangemerkte *oppervlakte* die midden in de huiskamer zweeft. Daar heerst dus toch wel degelijk een *druk*!

Hoe ver zou je gemiddeld komen als je in een bos langs een rechte lijn in een willekeurige richting gaat voordat je tegen de lamp eh, een boom loopt? Nou, die afstand wordt korter naarmate er meer en/of dikkere bomen staan. De boomdikte komt daarbij overeen met de *werkzame doorsnede* en de *boomdichtheid* met de *molecuuldichtheid*. De formule voor de zogehete *gemiddelde vrije weglengte* van moleculen in een gas is (de afleiding laat ik hier achterwege):

$$\ell = \frac{1}{\rho_m \sigma\sqrt{2}} = \frac{kT}{p\sigma\sqrt{2}} = \frac{V}{N\sigma\sqrt{2}} = \frac{V}{n\cdot N_\mathrm{A}\sigma\sqrt{2}}$$

waarin σ (Griekse letter *sigma*) de *werkzame doorsnede* is. Je zit dat $\rho_m\sigma$ in de noemer staat, dus bij grotere ρ_m of σ wordt ℓ kleiner.

Bij botsende bollen gaat het om de minimale *afstand* tussen de middelpunten. Dat is natuurlijk de som der *stralen*. Er is dus sprake van een botsing als het ene middelpunt binnen die afstand van het andere komt. Die afstand heet de *kinetische diameter*, die we aanduidend met een d.

Dan geldt: *werkzame doorsnede*: $\sigma = \pi d^2$

Op https://en.wikipedia.org/wiki/Kinetic_diameter vinden we:

stikstof: N_2: $d = 0.364\ \mathrm{nm} \quad \to \sigma = 0.416\ \mathrm{nm}^2$
zuurstof: O_2: $d = 0.346\ \mathrm{nm} \quad \to \sigma = 0.376\ \mathrm{nm}^2$

Met $N_2 : O_2 = 80 : 20$ wordt dat voor lucht: $\sigma_{air} = 0.408\ \mathrm{nm}^2 \quad = 4.08\times10^{-19}\ \mathrm{m}^2$

$\to d_{air} = 0.360\ \mathrm{nm}$

Onder standaardomstandigheden geldt dan: $\ell_{air} = \frac{kT}{p\sigma_{air}\sqrt{2}} = \frac{1.38\times10^{-23}\cdot293}{101325\cdot4.08\times10^{-19}\cdot\sqrt{2}}\ \mathrm{m}$

hetgeen gelijk is aan: $\boldsymbol{\ell_{air} = 69\ \mathrm{nm}}$

We vinden enkele verhoudingen: $\frac{\ell_{air}}{d_{air}} \approx 192, \quad \frac{r_{air}}{d_{air}} = 9.5, \quad \frac{\ell_{air}}{r_{air}} \approx 20$

waaruit blijkt: de *gemiddelde vrije weglengte* is bijna 200 keer de *molecuuldiameter*,
de *gemiddelde molecuulafstand* is nagenoeg 10 keer die *diameter*
en tijdens de "interbotsreis" mist/passeert een molecuul 20 "collega's".

En hoe lang doet een molecuul nou over die *vrije weglengte*? Wel, dat is gewoon die *afstand* gedeeld door zijn *snelheid*, zoals je dat zelf ook uitrekent voor bijvoorbeeld een autorit (*Zijn we d'r al bijna?*),

dus: *botsinterval*: $\Delta t = \frac{kT}{p\sigma\sqrt{2}} / \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \frac{kT}{p\sigma\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{m}{3kT}} = \frac{1}{p\sigma} \cdot \sqrt{\frac{kTm}{6}}$

en dan is de *botsfrequentie*: $\nu = \frac{1}{\Delta t} = p\sigma\sqrt{\frac{6}{kTm}}$

hierin is: ν de Griekse letter *nu*, het standaardsymbool voor *frequentie*,
maar: v van het Latijnse velocitas [welókitas] staat overal voor *snelheid*.

Ik kan 't ook niet helpen dat die zoveel op elkaar lijken want het is de schuld van die rare jongens die de Griekse letter υ (*upsilon*) die d'r ook al sprekend op lijkt hebben vervormd tot de v die ze verwarrenderwijs ook als u gebruikten en ze hebben d'r ook nog een piemeltje aangehangen wat de *ypsilon* (de y) die dus géén Griekse letter is tot gevolg had en die spraken ze uit als i en dat doen wij meestal ook maar de *upsilon* is eigenlijk een u en in Duitsland en Skandinavië wordt de y die dus *ypsilon* heet wat als *ipsilon* klinkt dan ook uitgesproken als u en wij Nederlanders noemen 'm op z'n Frans *i greq* wat *Griekse i* betekent terwijl het dus zoals gezegd helemaal geen Griekse letter is en nou hebben ze Julius Cæsar ook nog doodgestoken potverdorie en het is *Joelioes Kaisar* en geen *Sézar* en cæsar komt van cædere wat zo iets als *snoeien* of *afhakken* dus *kapotmaken* betekent en de Romeinen brachten een kindje alsnog ter wereld als een hoogzwangere vrouw doodging en dan werd ze natuurlijk opengesneden en dan werd het kindje daar soms naar genoemd en dat werd dan Cæsar en Julius heeft zijn eigen moeder goed gekend dus was hij zelf helemaal niet via de naar hem genoemde keizersnede oftewel Sectio Cæsarea geboren want dat zou ze niet overleefd hebben maar een van zijn voorvaderen dus waarschijnlijk wel en heel kundige heelkundigen zeggen gewoon kortweg *sectio* en het meervoud van *dokter* is *dokters* en niet *doktoren* want dat is een hoog gebouw waar je kunt *dokken* en dat is iets met boten maar ook *stoten* of *duwen* of *betasten* of *betalen* of *pannendaken van dokken voorzien* en dan is een *dok* een *strowis* maar helaas staat *doktoren* sinds 2015 toch in het Groene boekje als meervoud van *dokter* wat dus met *doctor* is verward hoewel *dokter* wel degelijk een verbastering van *doctor* is en toen ik eergisteren naar huis fietste kreeg ik koude handen maar ik weet wel van wanten dus heb ik gisteren handschoenen aangedaan en wat heeft dat nou toch in godsnaam met botsende moleculen te maken wel die koude handen kwamen door de lage *luchttemperatuur* waardoor de moleculen niet genoeg *energie* hadden om mijn handen voor afkoeling te behoeden. Sic.

En om maar even volledig te zijn: de c voor *lichtsnelheid* (en ook *geluidssnelheid*) is de beginletter van het eveneens Latijnse celeritas [kelléritas], wat net als velocitas *snelheid* betekent. We gebruiken de v voor de *snelheid* van iets materieels, dus van een *lichaam*, en de c voor die van iets immaterieels oftewel een golf. En nu je celeritas ken snapt je natuurlijk ook de herkomst van *accelereren* (ac = atque = *erbij*).

Voor standaardlucht berekenen we nu nu:

$$\nu_{air} = p\sigma\sqrt{\frac{6}{kTm}} = 101325 \cdot 4.08 \times 10^{-19} \cdot \sqrt{\frac{6}{1.38\times10^{-23}\cdot 293\cdot 4.8\times10^{-26}}}$$

ofwel: $\boldsymbol{\nu_{air} = 7.27}$ **GHz** = ruim *zeven miljard* botsingen per seconde.

Dit is de gemiddelde *botsfrequentie* van één molecuul. Als we die vermenigvuldigen met de *molecuuldichtheid* krijgen we dus de *molecuulbotsfrequentiedichtheid*. Oh ja? Twee moleculen doen toch samen maar één botsing? We moeten dat dus ook nog door twee delen:

molecuulbotsfrequentiedichtheid: $\rho_\nu = \frac{1}{2} \cdot \nu \cdot \rho_m$

oftewel: $\rho_\nu = \frac{1}{2} \cdot \left(p\sigma\sqrt{\frac{6}{kTm}}\right) \cdot \left(\frac{p}{kT}\right)$

derhalve: $\boldsymbol{\rho_v = \sigma p^2 \sqrt{\frac{3}{2m(kT)^3}}}$

Via de algemene gaswet: $pV = nRT = nN_A kT = NkT$

vinden we dan: $\rho_v = \sigma \left(\frac{NkT}{V}\right)^2 \sqrt{\frac{3}{2m(kT)^3}} = \sigma \left(\frac{N}{V}\right)^2 (kT)^2 \sqrt{\frac{3}{2m(kT)^3}} = \sigma \left(\frac{N}{V}\right)^2 \sqrt{\frac{3(kT)^4}{2m(kT)^3}}$

ofwel: $\boldsymbol{\rho_v = \sigma \left(\frac{N}{V}\right)^2 \sqrt{\frac{3kT}{2m}} = \sigma \rho_m^2 \sqrt{\frac{3kT}{2m}}}$

Standaardomstandigheden invullen levert dan de:

standaardmolecuulbotsfrequentiedichtheid: $\rho^*_{v,air} = 9.1 \times 10^{34}$ /s/m^3

Dat zijn: *eenennegentig quintiljard* molecuulbotsingen per seconde in elke kuub lucht
oftewel: *eenennegentig quadriljard* per seconde per kubieke centimeter

en in de hele huiskamer (van $4 \times 6 \times 2.5 = 60$ m^3):

5 500 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 $\approx 5.5 \times 10^{36}$
zegge *vijfenhalf sextiljoen* per seconde (sextiljoen is in 't Engels: undecillion).

En dan zullen we nu de hele aardatmosfeer eens in beschouwing nemen.
Daarvan zijn zowel *druk* als *temperatuur* nogal afhankelijk van plaats en vooral *hoogte* en dat maakt het een beetje moeilijk, maar desondanks toch lastig en dat vraagt om een simpel edoch eenvoudig model dat we wel begrijpen maar toch snappen. Als de *luchtdruk* op elke *hoogte* gewoon 1 atm zou zijn, dan zou (bij overal ook dezelfde temperatuur) de atmosfeer pakweg 8 km dik zijn. Verreweg de meeste lucht bevindt zich in de lagere regionen. Met die 8 km gaan we rekenen en we gebruiken *druk* en *temperatuur* zoals die op 2.5 km hoogte gelden. Dan hebben we:

effectieve *dikte*: $D_{atm} = 8$ km
temperatuur: $T_{atm} = 0$ °C $= 273$ K
en: *druk*: $p_{atm} = 0.8$ bar =80000 Pa.
We doen natuurlijk net alsof dat over de hele wereld gelijk is.

De *straal* van de aarde is: 6371 km
en de *oppervlakte* is dus: $A_\oplus = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 6371^2 = 510$ miljoen km^2
het beschouwd *volume* is derhalve: $V_{atm} = D_{atm} \cdot A_\oplus = 4$ miljard km^3
$= 4 \times 10^{18} = 4$ triljoen m^3

Ook geldt: $\rho_v = \sigma p^2 \sqrt{\frac{3}{2m(kT)^3}}$ dus: $\rho_{v,atm} = 6.3 \times 10^{34}$ /s/m^3
Vermenigvuldiging levert: $\nu_{atm} = \rho_{v,atm} \cdot V_{atm} = 2.6 \times 10^{53}$ /s

Een andere en waarschijnlijk iets nauwkeurigere berekening is:
https://en.wikipedia.org/wiki/Atmosphere_of_Earth
geeft de totale *massa* van de atmosfeer als: $m_{atm} = 5.15 \times 10^{18}$ kg

en dat betreft dan: $N_{atm} = \frac{m_{atm}}{m_{mlc}} = \frac{5.15\times10^{18}}{4.8\times10^{-26}} = 1.07 \times 10^{44}$ moleculen

en dan is de *gemiddelde atmosferische*
molecuuldichtheid: $\rho_{m,atm} = \frac{N_{atm}}{V_{atm}} = 2.675 \times 10^{25}$ /m^3

derhalve: $\rho_{v,atm} = \sigma_{air}\rho_{m,atm}^2\sqrt{\frac{3kT}{2m_{air}}} = 4.08 \times 10^{-19} \cdot (2.675 \times 10^{25})^2\sqrt{\frac{3\cdot 1.38\times 10^{-23}\cdot 273}{2\cdot 4.8\times 10^{-26}}} = 1 \times 10^{35}$ /s/m^3

waaruit volgt: $\nu_{atm} = \rho_{v,atm} \cdot V_{atm} = 4 \times 10^{53}$ /s

Zie je dat beide waardes van $\rho_{v,atm}$ grofweg gelijk zijn aan de hierboven berekende *standaardmolecuulbotsfrequentiedichtheid* $\rho_{v,air}^* = 9.1 \times 10^{34}$ /s/m^3? Verbaast mij niet, hoor.

Ik rond ν_{atm} naar beneden af naar 1×10^{53} /s en dat is dus een indicatie van wat er in de totale aardatmosfeer gebeurt:

$$100\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000$$

zegge *honderd octiljard* molecuulbotsingen per seconde.

Nou doen we ook even alsof dit sinds het ontstaan van de aarde aldoor dezelfde waarde heeft gehad. Dat is een tijdspanne van 4.5 miljard jaar $\approx 1.4 \times 10^{17}$ seconde. Sinds het ontstaan der aarde hebben er in de atmosfeer dus grofweg:

$N_{b,atm} = 1 \times 10^{53} \cdot 1.4 \times 10^{17} = 1.4 \times 10^{70}$ molecuulbotsingen plaatsgevonden.

Die 1.4 rond ik af naar *anderhalf*, maar het blijft een getal van 71 cijfers:

$$15\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000\ \ 000\,000$$

zegge *vijftien undeciljard*.

Ter (zinloze) vergelijking: het totale aantal atomen in het hele alles, het heelal dus, is een getal van 80 cijfers, maar denk nou niet dat dat slechts een klein beetje meer is, 80 of 71 cijfers, het is een miljard **keer zoveel**. Maar dit is appels met bananen vergelijken.

<u>En wat nu te denken van de wereldoceaan?</u>

Dat is natuurlijk geen gas, dus zal het allemaal een beetje anders werken, maar ik ga de bovenstaande molecuulbotsfrequentiedichtheidsformule toch gewoon gebruiken. Daarmee verwaarloos ik de onderlinge aantrekking der moleculen, wat zeker voor water echt wel fout is. Maar het gaat nu even alleen maar om de orde van grootte. Dus neem de einduitkomsten straks gerust met een korreltje zout, hoewel ze heus niet idioot ver naast de werkelijkheid zullen zitten.

Om te beginnen moeten we weten hoe oud de oceaan is. Wel, in gesteenten van 4.3 miljard jaar oud hebben geologen een vorm van zirkoon aangetroffen die alleen in een waterige omgeving kan ontstaan (gebaseerd op het zuurstof-18-gehalte). Verder heeft William Thomson oftewel Lord Kelvin uitgerekend dat het aardoppervlak reeds ca. 30 000 jaar (de *Kelvin cooling time*) na het ontstaan moet zijn afgekoeld tot ongeveer de temperatuur die het vandaag de dag heeft. Er was dus vrijwel zeker al vloeibaar water toen de aarde pas zo'n 250 miloen jaar oud was, waaruit we mogen concluderen dat de oceaan dus minstens zo oud is. Met voldoende nauwkeurigheid dus gewoon net zou oud als de aardatmosfeer die we net hebben doorgerekend.

1 mol H_2O heeft een *massa* van: $= 18$ g $= 0.018$ kg

Daarmee weegt 1 molecuul: $m_{\mathrm{H_2O}} = 3 \times 10^{-26}$ kg

De *kinetische diameter* van water is: $d_{\mathrm{H_2O}} = 265$ pm

Dus de *werkzame doorsnede* is: $\sigma_{\mathrm{H_2O}} = \pi d_{\mathrm{H_2O}}^2 = 2.2 \times 10^{-19}$ m^2

De gemiddelde *temperatuur* van de oceaan veronderstel ik als: $T_{\mathrm{H_2O}} = 10\ °\mathrm{C} = 283\ \mathrm{K}$

Het totale *watervolume* op aarde is 70% van de *aardoppervlakte* maal de gemiddelde *oceaandiepte* van 3.8 km:

$$V_{\mathrm{H_2O}} = 0.7 \times 510 \text{ miljoen km}^2 \times 3.8 \text{ km} = 1.36 \text{ miljard km}^3$$
$$= 1.36 \times 10^{21} \text{ oftewel } 1.36 \text{ triljard liter} = 1.36 \text{ triljoen kuub.}$$

Dat is dus ook 1.36 triljard kilogram, ofwel $\frac{1.36\times10^{21}}{0.018} = 7.56 \times 10^{22}$ mol $= 4.55 \times 10^{46}$ moleculen. Afgerond is dat:

50 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

zegge *vijftig septiljard*.

De *oceaanmolecuuldichtheid* is dan: $\rho_{m,\mathrm{H_2O}} = \frac{N_{\mathrm{H_2O}}}{V_{\mathrm{H_2O}}} = 3.35 \times 10^{28}\ /\mathrm{m}^3$

Gebruikmaking van de formules voor een gas (wat natuurlijk niet precies klopt) levert:

$$\rho_{\nu,\mathrm{H_2O}} = \sigma_{\mathrm{H_2O}}\rho_{m,\mathrm{H_2O}}^2\sqrt{\frac{3kT}{2m_{\mathrm{H_2O}}}} = 2.2 \times 10^{-19} \cdot \left(3.35 \times 10^{28}\right)^2 \sqrt{\frac{3\cdot1.38\times10^{-23}\cdot283}{2\cdot3\times10^{-26}}} = 1.1 \times 10^{41}\ /\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

En dan is: $\nu_{\mathrm{H_2O}} = \rho_{\nu,\mathrm{H_2O}} \cdot V_{\mathrm{H_2O}} = 1.5 \times 10^{59}\ /\mathrm{s}$

Dit maal de ouderdom van 1.4×10^{17} seconde: $N_{b,\mathrm{H_2O}} = 1.5 \times 10^{59} \cdot 1.4 \times 10^{17} = 2 \times 10^{76}$

Dat is dus een redelijk schatting van het totale aantal watermolecuulbotsingen sinds het ontstaan der aarde, weliswaar gebaseerd op de formule voor een gas.

2×10^{76} watermolecuulbotsingen:

20 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

zegge *twintig duodeciljard*.

Élk watermolecuul heeft dus inmiddels: $\frac{2\times10^{76}}{4.55\times10^{46}} = 4.4 \times 10^{29}$ botsingen ondergaan.

Dat is vierhonderdveertig quadriljard.

En als er nou niet alleen watermoleculen zijn, maar ook nog andere moleculen of atomen die wellicht een chemische binding kunnen aangaan (reageren dus), dan is molecuulcontact, oftewel een botsing, uiteraard een vereiste voor zo'n reactie. En in een vloeistof zal zo'n binding veel meer kans hebben dan in een gas, omdat de moleculen nu eenmaal dichter bij elkaar zitten. Met betrekking tot de chemie is de op formules voor een gas gebaseerd schatting dus waarschijnlijk te láág.

<u>En dan nu: hoe groot is de kans dat er leven op aarde is ontstaan?</u>

Simpel: er <u>is</u> leven, dus die kans is 100%. Maar hoe groot was ie vantevoren? Wel, *kans* heeft alleen betekenis zolang er onzekerheid is. Onzekerheid bestaat alleen met betrekking tot de toekomst (we laten jouw twijfelachtige geheugen even buiten beschouwing). Het verleden is een verzameling voldongen feiten en de kans op een feit is 100%. Het is zinloos om achteraf over *kans* te praten. Als iets eenmaal gebeurd is kun je naderhand altijd zeggen dat de *kans* a priori al 100% was, alleen wist je dat toen nog niet. Maar goed, laten we eens een poging wagen.

Op https://nl.wikipedia.org/wiki/Biomassa staat de totale *biomassa* op aarde. Die is 2423 gigaton en dat is het zogeheten *drooggewicht*. Voor zeg 80% bestaat dat uit koolstof.

De hoeveelheid biokoolstof is dus: $0.8 * 2423 \times 10^9 \cdot 1000$ kg
oftewel: 9.7×10^{40} stuks ^{12}C atomen
Dat ronden we af naar: 10^{41} atomen $\approx$ 0.2 triljoen mol
en ik gebruik dat getal nu verder als het totale aantal bio-atomen, dus niet alleen koolstof, maar de hele zwik, alleen zonder het water binnenin de organismen. *Honderd sextiljard* bio-atomen.

Uitgeschreven is dat: 100 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

De wereldoceaan bevat dus $\frac{5\times 10^{46}}{10^{41}} = 500\,000$ keer zoveel moleculen als dat er bio-atomen zijn. Als we net doen alsof de bio-atomen oorspronkelijk gelijkmatig verdeeld waren over het hele *wereldoceaanvolume* is het aantal bio-atoombotsingen dus $500\,000$ keer zo klein als het aantal watermolecuulbotsingen van 2×10^{76}. In werkelijkheid zaten al die bio-atomen natuurlijk voornamelijk in het relatief kleine *volume* onder én boven het oceaanoppervlak, dus ook in de atmosfeer. In een kleiner *volume* is de *dichtheid* groter en dus ook het aantal botsingen. Derhalve geeft bovenstaande een ondergrens voor het aantal bio-atoombotsingen sinds het ontstaan der aarde van:

$$\frac{2 \times 10^{76}}{5 \times 10^5} = 4 \times 10^{70}$$

Als we alleen maar naar de eerste miljard jaar kijken wordt dat daar grofweg een vijfde van en dat ronden we af naar gewoon 10^{70} bio-atoombotsingen in de eerste miljard jaar van de aarde:

1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

zegge: *duodeciljoen*.

Ik ben er overigens redelijk van overtuigd dat jij geen enkel inzicht hebt in wat voor een tijdspanne een miljard jaar nou eigenlijk is. Volgens https://en.wikipedia.org/wiki/Timeline_of_the_evolutionary_history_of_life bestaan meercellige organismen pas pakweg 580 miljoen = 0.6 miljard jaar. De oudste pootafdrukken op land zijn 530 miljoen jaar oud. Gewervelde dieren zijn er pas 485 miljoen jaar en de dinosaurussiërs kwamen circa 225 miljoen jaar geleden pas ten tonele.

De biomassa bestaat voor pakweg 80% uit koolstof en dat reageert niet met zichzelf. Dus 80% botsend met 80% levert niks op. Dat is dan 80% van $80\% = 64\%$ van het totaal aantal botsingen. Dus 36% kan wel reageren. Dat ronden we voorzichtigheidshalve vér af naar beneden door te schatten dat slechts 1% een (voor het leven zinvolle) chemische reactie oplevert. Weet je wat? We gaan naar $1‰$ en dat is dan 10^{67} individuele chemische molecuulreacties in de eerste miljard jaar van de aarde.

Nu is de kans dat er leven ontstaat vanzelfsprekend 1 minus de kans dat het niet ontstaat. Die laatste kans kunnen we nu proberen te schatten. We doen dat een beetje op z'n Jan Boerefluitjes, maar het gaat vooral om de orde van grootte. Het gezond verstand zegt dat de kans op een nulresultaat steeds kleiner wordt naarmate je vaker probeert. Een voor de hand liggende eenvoudige schatting is dan dat die kans 1 gedeeld door het aantal pogingen is. Dus schatten we de kans dat er in de eerste miljard jaar géén leven ontstaat op $1:\ 10^{67}$, ofwel:

0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 01 %

Klein hè? Maar dit is wel degelijk met gezond verstand gebaseerd op realistische getallen. Ik begrijp echter je ongeloof en die 10^{67} betreft slechts reacties op moleculair niveau, dus laten we deze kans dat er géén leven ontstaat maar eens naar boven bijstellen met een factor quadriljoen (miljoen maal triljoen) $= 10^{24}$. Dat is anderhalf keer het *getal van Avogadro*, dus nu praten we over "normale" hoeveelheden in aantal mol. Met deze factor quadriljoen wordt de kans op géén leven dus $1:\ 10^{43}$.

Vooruit, we doen er nog een factor triljoen bij, waarmee we dus praten over een triljoen mol geproduceerde biomoleculen (dit is een erg simplistische schatting, hoor). Dat is vijf keer zoveel als de huidige totale hoeveelheid bio-atomen. Laten we die factor vijf maar prijsgeven. Voel je 'm al aankomen? De kans op géén leven is nu dus inmiddels gegroeid tot $1:\ 10^{25}$.

Ik durf te wedden dat jij er geen flauw benul van hebt hoeveel een triljoen is, laat staan een quadriljoen, maar kijk eens een eindje terug in dit verhaal, daar staat ergens hoeveel water er in de wereldoceaan zit; en 1 m^3 *is 1 miljard* mm^3*, dus 1* km^3 *(ongeveer zo'n ding dat in Zwitserland boven zijn omgeving uitsteekt) is 1 triljoen* mm^3*.*

En alsof het niet op kan krikken we de kans op géén leven nóg verder op, met nóg een factor triljoen, waarmee de kans op géén leven $1:\ 10^7$ wordt, oftewel 1 op tien miljoen. Sorry, nóg verder dan dát krijg ik hem niet omhoog...

In procenten is dat: $0.000\,01\ \%$
En dan is de kans dat er wél leven ontstaat: $99.999\,99\ \%$

Had je niet gedacht hè? En we hebben nota bene de kans op géén leven telkens omhoog bijgesteld, in totaal met een factor van $10^{60} =$ deciljoen.

Bovendien was de genoemde 10^{67} al gebaseerd op een chemische reactiviteit van slechts $1‰$ i.p.v. 36%. Desondanks is de kans dat er wél leven ontstaat dus nog steeds *negenennegentig komma boel negens* procent. Wel een beetje nattevingerwerk, oké, maar de kans op het ontstaan van leven is dus helemaal niet klein.

Ooit gehoord van de wet van de grote getallen?

Dan heb je naar een ondeskundige spreker geluisterd die van toeten nog blazen wist. Er bestaat namelijk helemaal geen wet van de grote getallen. Wat wél bestaat is de

wet van de grote aantallen.

Die zegt: *naarmate je vaker probeert wordt het scoringspercentage steeds beter gelijk aan de kans op scoren*. Ja, dát is de wet van de grote aantallen. In simpele taal: *als het kán, dan zál het een keer gebeuren, als je maar vaak genoeg probeert*. Kortgezegd kun je dus stellen dat als de omstandigheden er geschikt voor zijn dan zál er leven ontstaan, zeker als je miljarden jaren de tijd hebt.

En besef dat reproductie een essentieel aspect is van het verschijnsel leven, waardoor het een proces is dat zichzelf gaande houdt, dus als het er eenmaal is zal het blijven bestaan. Met een *reproductiefactor* > 1 zal het zelfs exponentieel (e^t) toenemen. En dan gaat de evolutie haar werk doen. Dan is het een kwestie van geduldig wachten totdat zich intelligentie ontwikkelt (die vervolgens de boel weer om zeep helpt). Lees ook eens http://henk-reints.nl/astro/documents/buitenaards-leven.pdf.

N.B. evolutie is een filterproces op de eigenschappen van levende organismen. Datgene wat niet de gunstige eigenschappen heeft om zich succesvol voort te planten sterft uit, en wat wel gunstige eigenschappen heeft plant zich dus wel succesvol voort, met overdracht van die gunstige eigenschappen (erfelijkheid). Dát is natuurlijke selectie. Wat niét werkt gooi je weg en je gaat verder met wat wél werkt. Als dan door mutatie een ongunstige eigenschap ontstaat zal die dus gedoemd zijn te mislukken; die eigenschap belemmert immers zijn eigen reproductie. Maar een toevallig ontstane gunstige eigenschap plant zich wél voort en komt tot dus ontwikkeling. Het is voor evolutie dus essentieel dat "mislukkelingen" doodgaan en de goeie mogen zich helemaal suf neuken!

Evolutie is niet doelgericht. Neem bijvoorbeeld een schutkleur. Als de kleur van een beest nauwelijks contrasteert met de omgeving wordt het nauwelijks gezien en dus ook niet opgegeten. En een levend beest kan zich iets succesvoller voortplanten dan een opgegeten exemplaar. Met andere woorden: precies dié kleur zal zich het succesvolst voortplanten en andere kleuren sterven uit. Het feit dat de betreffende beesten die ene kleur hebben is dus niet *opdat* ze overleven, edoch ze overleven *doordat* ze nou eenmaal de goede kleur hebben. Aanvankelijk waren er vast ook met andere kleuren, maar die zijn allemaal al lang opgevreten voordat ze zich konden voortplanten, zodat die opvallende kleuren niet tot ontwikkeling zijn gekomen. Op http://henk-reints.nl/mimicry/index.html kun je het evolutieproces zich zien voltrekken.

Zo is natuurlijk ook intelligentie tot ontwikkeling gekomen. Het vergroot kennelijk de kans op succesvolle voortplanting. Dat blijkt uit de huidige (maart 2021) wereldbevolking van 7.85 miljard. Da's veel. Veel te veel. En de komende 20 jaar komen daar volgens de prognose nog eens 2 miljard bij. Moeten we zorgen dat die óók te eten hebben of moeten we zorgen dat ze er níét komen?

<u>En wat is eigenlijk geluid?</u>

Jij hebt vast altijd gedacht dat dat een trilling is van de luchtmoleculen, nietwaar? En dat is dan fout. Een vrij molecuul gehoorzaamt Newtons 1^{e} wet, de *traagheidswet*, en zal zich dus met constante *snelheid* rechtlijnig voortbewegen zolang er geen *kracht* op wordt uitgeoefend. Dat is beslist geen trilling.

Wat regelmatig varieert is de plaatselijke *molecuulbotsfrequentiedichtheid*, het aantal botsende moleculen per tijdeenheid in een bepaald (klein) *volume*. En door die molecuulbotsingen verspreidt die variatie zich door de omgeving eromheen, zodat die zich als een golf voortplant. Met de *molecuulbotsfrequentiedichtheid* varieert uiteraard ook de lokale *druk*. Daarom heet geluid ook wel een drukgolf. Het is een zich voortplantende periodieke lokale *drukvariatie*. Géén trilling van de moleculen, maar van de *luchtdruk*. In een gas (dat woord is in de 17^{e} eeuw door ene J.B. van Helmont afgeleid van het Griekse *χάος* = *chaos* = "*de nog ongevormde massa waaruit de wereld geschapen wordt*") of vloeistof is geluid dus een zich als golf voortplantende *localemolecuulbotsfrequentiedichtheidsvariatie*. Simpel gezegd: een drukgolf.

En nu je weet dat geluid zich feitelijk voortplant door molecuulbotsingen het volgende. De individuele *molecuulbotsfrequentie* in standaardlucht hadden we gevonden als $\nu_{air} = 7.27$ GHz. Dit ligt natuurlijk érg ver boven de *bovenste gehoorgrens* van 20 kHz = *e*♭''''''' (zevengestreepte *es*), maar besef je dat hier een fundamentele bovengrens uit volgt voor de *frequentie* van geluid oftewel de *toonhoogte*? Voor een volledige *trillingsperiode* zijn natuurlijk 2 botsingen nodig, dus dan is die bovengrens 3.64 GHz. Dat is pakweg $\frac{1}{8}$ toon lager dan de *a*'''''''''''''''''''''''' (vierentwintiggestreepte *a*). Een hogere toon kán niet. Ter vergelijking: de uiterst rechtse toets op de piano is een *c*''''' (vijfgestreepte *c*) en die is gelijkzwevend ~ 4186 Hz, natuurzuiver 4224 Hz.

Voor het menselijk gehoor gelden de volgende waardes ("pascal" is de S.I.-eenheid voor *druk*):

Gehoordrempel:	20 micropascal	ofwel 1 vijfmiljardste	atmosfeer. Ja, zo gevoelig is ons oor!
Menselijke spraak:	20 millipascal	ofwel 1 vijfmiljoenste	atmosfeer.
Pijngrens:	20 pascal	ofwel 1 vijfduizendste	atmosfeer.

Deze waardes betreffen de *amplitude*. Dat is hoe ver de *drukvariaties* maximaal van de gemiddelde *luchtdruk* afwijken. Het bijbehorende *vermogen* (da's *energie* per seconde) gaat met het kwadraat daarvan. De pijngrens ligt dus qua *vermogen* biljoen keer zo hoog als de gehoordrempel. Dát is het bereik van ons gehoor. Een factor biljoen. Onze spraak zit keurig in het midden. Jouw geleuter niet...