

# Relativiteitstheorie



*If I were not a physicist,  
I would probably be a  
musician.*

*I often think in music.  
I live my daydreams  
in music. I see my life  
in terms of music.*

*A. Einstein.*

Henk Reints, <http://henk-reints.nl/astro/HR-relativiteit-slides-2021.pdf>

Jongeman, in de wiskunde  
begrijp je de dingen niet.  
Je raakt eraan gewend.

John von Neumann



gedeelte van de Carinanevel

# Relativiteit:

we kijken met eigen ogen;

zien alles vanuit eigen perspectief;

geen identiek beeld van de wereld:

*jij ziet mij, ik zie jou.*

# Verskil in perspectief:

groter bij snelle(re) passage;

vanuit mijn perspectief  
kom jij voorbij,

vanuit jouw perspectief  
kom ik voorbij.

## Essentiële relativiteit:

álle waarnemingen  
vanuit éígen perspectief,  
dus de ánder komt voorbij.

## Relativiteitstheorie:

omrekenen tussen perspectieven;  
*iets meer voeten in aarde dan wellicht gedacht.*

# Albert Einstein:

géén: veronderstellingen a priori;

géén: "as 't nou 's zus of zo";

ging uit van werkelijkheid

met trefwoord: *ervaring*:

*keiharde meetresultaten*

& *"dat weet jij toch ook?"*

# Einstein *zag geen heil in niet of slecht onderbouwde aannames (uitdeluchtpluksels):*

Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen.

Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik, 4 (1907), 411-462:

Es ist bekannt, daß jener Widerspruch zwischen Theorie und Experiment durch die Annahme von H. A. Lorentz und Fitzgerald, nach welcher bewegte Körper in der Richtung ihrer Bewegung eine bestimmte Kontraktion erfahren, formell beseitigt wurde. Diese ad hoc eingeführte Annahme erschien aber doch nur als ein künstliches Mittel, um die Theorie zu retten;

*Deze ad hoc ingevoerde aannames verscheen echter slechts als een kunstgreep om de theorie te redden.*

# Einstein *verwierp eigen bedenksels*:

Grundgedanken und Methoden der Relativitätstheorie,  
in ihrer Entwicklung dargestellt. (na 1920-01-22):

Als ich (i. J. 1907) mit einer zusammenfassenden Arbeit über die spezielle Relativitätstheorie für das „Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik“ beschäftigt war,<sup>[35]</sup> da musste ich auch versuchen, die Newton'sche Gravitationstheorie so zu modifizieren, dass ihre Gesetze in die Theorie hineinpassten. In dieser Richtung unternommene Versuche zeigten zwar die Durchführbarkeit dieses Unternehmens, befriedigten mich aber nicht, weil sie auf physikalisch unbegründete Hypothesen gestützt werden mussten. Da kam mir der glücklichste Gedanke meines Lebens

*Pogingen in die richting toonden weliswaar de haalbaarheid van die onderneming, maar stelden mij niet tevreden, omdat ze op natuurkundig ongegronde hypothesen moesten worden gebaseerd.*



# Einstein *trok conclusies uit feiten:*

## Zur Elektrodynamik bewegter Körper.

Annalen der Physik 17, (1905), 891-921:

Wir setzen noch der Erfahrung gemäß fest, daß die Größe

$$\frac{2 \overline{AB}}{t'_A - t_A}$$

eine universelle Konstante ( ) sei.

*We stellen nog overeenkomstig de **ervaring** vast, dat de grootheid **X** een universele constante **zij**.*

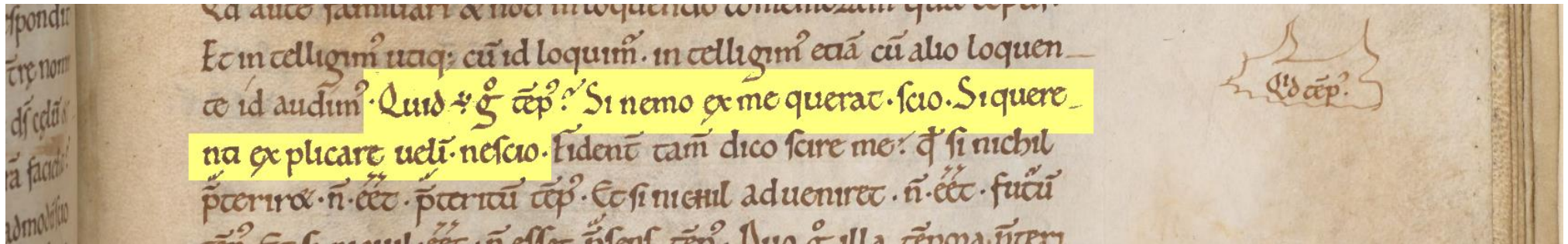
Aanvoegende wijs: slag om arm want nooit 100% zeker.

## Redenering:

*Ervaringsfeit: we meten steeds zelfde waarde;  
kennelijk is het dus een natuurconstante.*

Is conclusie uit ervaringsfeit  
met kaliber van *natuurwet*.

Onmiddellijke vervolgconclusie:  
*tijd* is anders dan altijd gedacht.



11<sup>e</sup>-eeuws handschrift, [http://www.bl.uk/manuscripts/Viewer.aspx?ref=harley\\_ms\\_3080\\_f094r](http://www.bl.uk/manuscripts/Viewer.aspx?ref=harley_ms_3080_f094r)

# Quid est ergo tempus?

## Si nemo ex me quærat, scio.

## Si quærenti explicare uelim, nescio.

Wat is dan tijd? Als niemand het me vraagt, weet ik het.

Zou ik het echter willen uitleggen, weet ik het niet.

Aurelius Augustinus Hipponensis (CCCLIV – CDXXX)

Confessiones 11.14

# Tijd:

er bestaat géén "opperklok";

tijd is níét universeel;

níét gemeenschappelijk;

komt níét "van buiten over ons heen".

Tijd is individueel;  
niet alleen voor levende wezens;  
zéker géén psychisch effect.

Níét: **dé** tijd,  
maar: **jóúw** tijd, **míjn** tijd.

# Jóúw tijd, mǐjn tijd:

tijdbeleving voor eenieder  
vanuit éígen perspectief;

**tijd is dus relatief;**

heeft betrekking op jóú of op mǐj.

# Relatievetijdstheorie.

Alles wat zich bij j<sup>ó</sup>ú afspeelt  
vindt plaats in j<sup>ó</sup>úw tijd;

alles wat zich bij m<sup>í</sup>j afspeelt  
vindt plaats in m<sup>í</sup>jn tijd;

alle w<sup>á</sup>árnemingen (ook van wat zich bij  
de ander afspeelt) vanuit é<sup>í</sup>gen perspectief  
en dus ook in é<sup>í</sup>gen tijd van waarnemer.

## Dagelijks leven:

niéts van te merken,  
jóúw en mǐjn tijd keurig in de pas.

Máárrrrr: bij passage sneller dan  
pakweg 100 000 km per seconde  
gaan jóúw en mǐjn tijd  
duidelijk van elkaar afwijken!



*Hét relativistische toverwoord:*  
*tijddilatatie.*

**Jóúw** en **míjn** tijd wijken bij  
extreme *onderlinge* snelheid  
van elkaar af, doen eigen ding.

Tart het voorstellingsvermogen;  
oneens over wederzijdse  
tijdwaarnemingen;  
grotere snelheid  
⇒  
meer tijddilatatie.

# Tijddilatatie:

voor míj is míjn tijd vanuit míjn  
perspectief áltijd volkomen normaal;  
volgens míj ben jíj van 't padje af;

voor jóú is jóúw tijd vanuit jóúw  
perspectief áltijd volkomen normaal;  
volgens jóú ben ík de kluts kwijt.

Als *tijddilatatie* duidelijk merkbaar:  
*relativistische* snelheid.

$$\text{Snelheid} = \frac{\text{verplaatsing}(\text{safstand})}{\text{tijd}(\text{spanne})},$$

dus snelheidsmetingen  
doen we elk in éígen tijd.

## Nota bene:

Stel dat wij in identieke raketjes door een verder leeg heelal vliegen en elkaar passeren.

We hebben alleen onszelf en elkaar als referentie.

Het maakt dan niet uit wie in welk raketje zit.

Dat plaatje kunnen we probleemloos spiegelen.

Deze symmetrie impliceert:

***onderlinge* snelheid altijd  
vanuit beider perspectief gelijk.**

# Niet-relativistisch vraagstuk:

ik sta op de stoep;

jij fietst aan<sup>1</sup> 15 km/h en gooit  
balletje voor je uit met 10 km/h;

hoe hard zie ik balletje vliegen?

---

<sup>1</sup> Nee, ik ben geen Belg, maar ik vind 't gewoon mooi taalgebruik.

# 25? Yeah!

Fiets- en gooisnelheid optellen!

Maar bij relativistische snelheden:

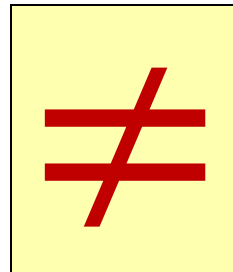
jij meet *gooisnelheid* in j<sup>ó</sup>úw tijd;

ik meet *vliegsnelheid* in m<sup>í</sup>jn tijd;

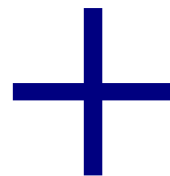
*tijddilatatie*: j<sup>ó</sup>úw tijd  $\neq$  m<sup>í</sup>jn tijd.

# Derhalve:

vliegsnelheid (míjn perspectief, míjn tijd)



gooisnelheid (jóúw perspectief, jóúw tijd)



passeersnelheid (beider perspectief).



# Klakkeloos optellen van relativistische snelheden is níét correct!

Hoe groter de snelheden,  
hoe groter de fout.

*Einstein gaf natuurlijk wel de goede formule.*

Nu fiets jij relativistisch  
(b.o.d.k.vd.<sup>2</sup>)

en "gooit" *lichtstraal*  
i.p.v. balletje.

Meten ook daarvan snelheid  
elk in éígen tijd,  
*jíj in jóúw tijd,*  
*ík in míjn tijd.*

---

<sup>2</sup> benen onder de kont vandaan 😊

# Einsteins

## relativistischeshnelhedenoptellingsformule:

(vgl. "*bruinebonensoep*")

*tijddilatatie* zit zodanig in elkaar

dat wij van die éne lichtstraal,

elk in de éígen tijd, áltijd

*exact dezelfde lichtsnelheid*

meten, ongeacht hoe hard jij fietst!

En daarmee is 't kringetje is gesloten!

## Albert Einstein:

Wir setzen noch der Erfahrung gemäß fest, daß die Größe

$$\frac{2 \overline{AB}}{t'_A - t_A} = V$$

eine universelle Konstante (die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raume) sei.

*We stellen nog overeenkomstig de ervaring vast, dat de grootheid  $V$  een universele constante (de **lichtsnelheid** in de lege ruimte) zij.*

# Wat was nu die **Erfahrung**?

Ga maar weer fietsen...

onverlaat gooit balletje tegen je voorhoofd;

~~je scheldt hem helemaal~~ geeft hem een ~~reprima~~  
positieve feedback; edoch paarden voor de zwijnen;

onverlaat gooit balletje tegen je achterhoofd;

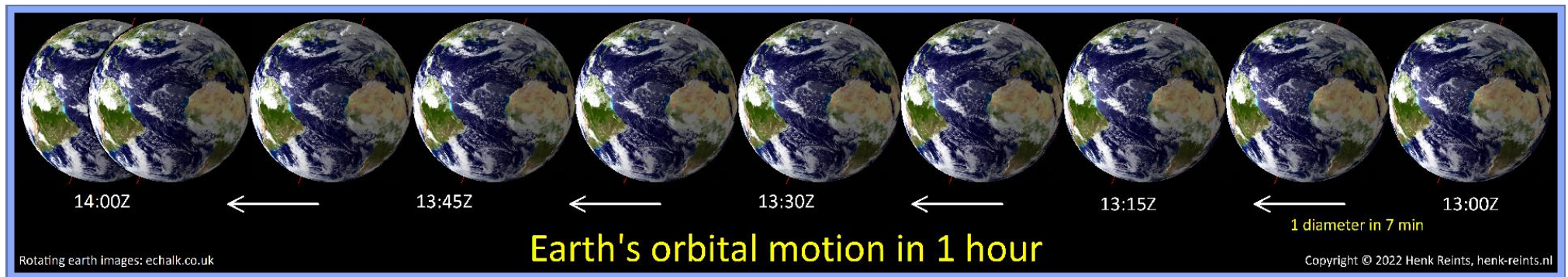
hij *gooit* beide keren precies even hard;

voorhoofd: harde klap, achterhoofd: zachte tik;

(vermits gij voorwaarts fietst...)

Jij meet dus met voor- en achterhoofd  
twee *verschillende* lichtsnelheden.

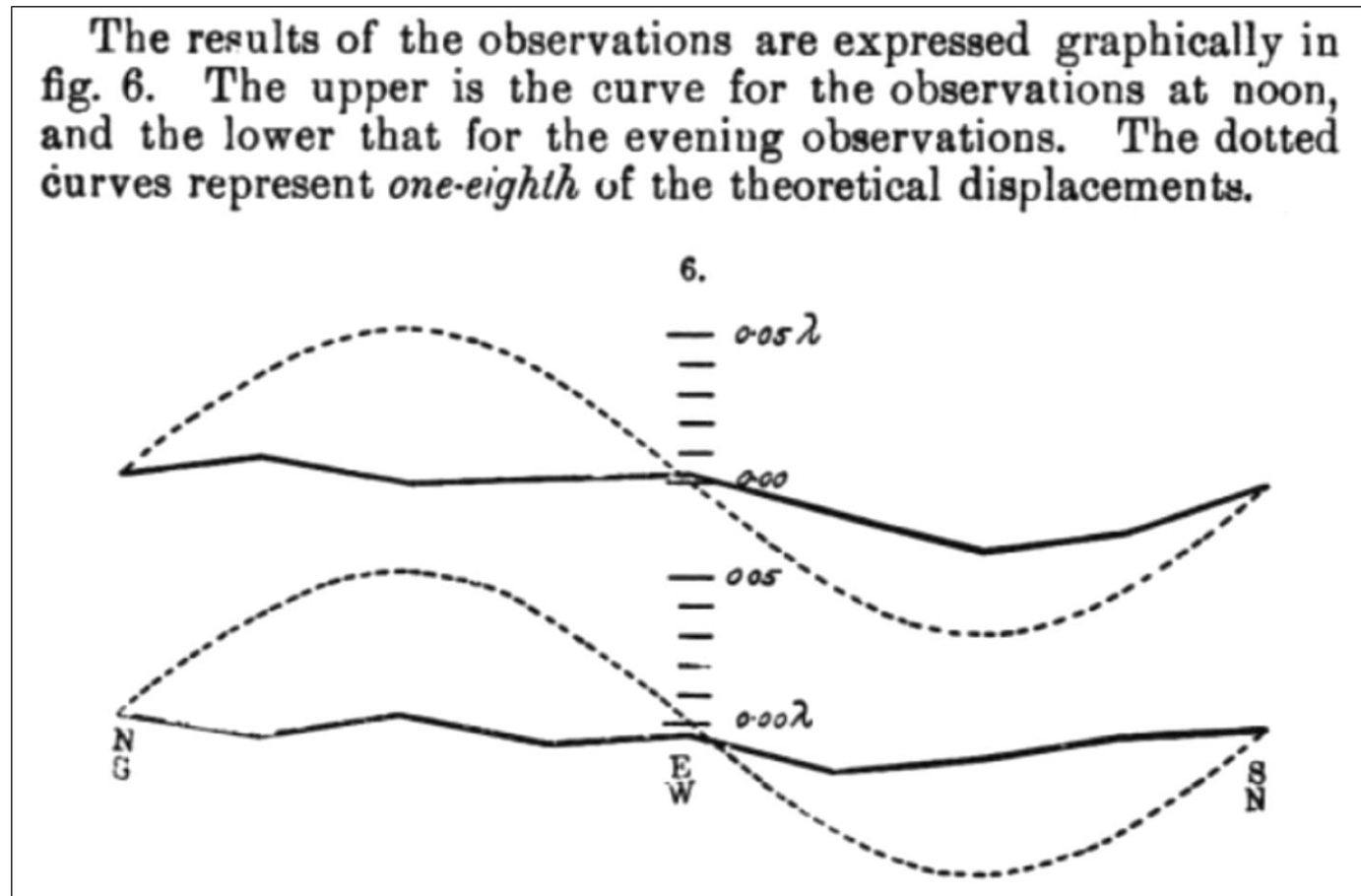
Aarde "fietst" nogal hard om de zon:



*8.4 keer eigen diameter in slechts één uur!*

Gemeten verschil in *lichtsnelheid*  
voorwaarts, achterwaarts, dwars:

# Michelson & Morley vonden: **NUL KOMMA NUL!**



Middag en avond: dwarse meting dankzij aswenteling aarde.  
Getrokken: feitelijk gemeten, gestreept: 1/8 van verwachting.

Licht gedraagt zich kennelijk anders dan een balletje.

Hoe vreemd het ook zij, we meten **á**ltijd en in **á**lle richtingen *identiek dezelfde lichtsnelheid*, **ondanks beweging aarde om zon!**

Keihard feit, of je 't nu snapt of niet. Maar je móét 't nu snappen, is immers net uitgelegd. *Tijddilatatie!*



Jij weet toch ook wel uit eigen ervaring dat je in auto of trein bij élke snelheid álles op precíés dezelfde manier moet doen?

Getweeën balletje overgooien in tuin of hogesnelheidstrein doe je toch op identieke wijze?

Tuinstoel of treinstoel, je zit gewoon stil, toch?

Vanuit j<sup>ó</sup>úw perspectief komt landschap  
voorbij en af en toe een stationnetje  
(grotere stations stoppen even bij de trein).

Maakt voor j<sup>ó</sup>ú niet uit hoe  
snel iets ánders voorbijkomt.

Vanuit tegemoetkomende trein precies eender!  
Balletje overgooien in beide treinen identiek,  
maakt in beide niet uit hoe snel andere passeert.

## Burgerluchtvaart:

Boeing 737: 850 km/h;

Boeing 747: 920 km/h;

Airbus A320: 967 km/h;

*gewoon balletje overgooien;*

*vliegsnelheid vóél je helemaal niet, toch?*

## Aardaswenteling:

Rottumerplaat (n.p.v.N.): 991 km/h;

Klein-Kuttingen (z.p.v.N.): 1055 km/h;

Nederland gemiddeld: >1000 km/h;

evenaar (40 075 016.686 m): 1670 km/h;

*voel je helemaal níéts van, toch?*

# Omloop aarde om zon:



8.4 keer eigen diameter in slechts één uur  
= 107 200 km/h = 29.78 km/s;

**voel je helemaal níets van, toch?**

Half jaar geleden helemaal andere kant op,  
verschil = 214 400 km/h  $\approx$  60 km/s,

**maar álles ging/werkte toch precies net zoals nu?**

Snelheid voel je op geen enkele wijze en is niet relevant.

De ervaring leert ons:

## Eerste postulaat van Einstein

(relativiteitsprincipe):

Vanuit éígen perspectief zijn  
álle natuurwetten voor íédereen  
identiek en onveranderlijk,  
ongeacht de snelheid waarmee  
iets of iemand anders voorbijkomt.

In essentie reeds ontdekt door Galileo Galilei,  
door Einstein uitgebreid tot álle natuurwetten.

Oftewel:  
het universum  
manifesteert zich  
aan élke waarnemer  
op identieke wijze.

# Tweede postulaat van Einstein (principe van de constantheid van de lichtsnelheid):

Voor élke waarnemer geldt  
identiek dezelfde lichtsnelheid,  
ongeacht de snelheid van de lichtbron.

*Eerstvolgende publicatie:*

2) Das dort benutzte Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ist natürlich in den Maxwell'schen Gleichungen enthalten.

*Het daar gebruikte principe van de constantheid van de lichtsnelheid is natuurlijk in de vergelijkingen van Maxwell vervat.*

## James Clerk Maxwell:

$$c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

$c$  = lichtsnelheid;

$\epsilon_0$  = elektrische veldconstante, permittiviteit;

$\mu_0$  = magnetische veldconstante, permeabiliteit;

elektriciteit en magnetisme  $\Rightarrow$  krachten op afstand;

$\epsilon_0$  en  $\mu_0$   $\Rightarrow$  hoe gemakkelijk die door *lege* ruimte "prikken";

*fundamentele natuurconstanten*, dus lichtsnelheid ook;

Οπερ Εδει Δειξαι

Quod Erat Demonstrandum.



## Beide postulaten samen:

Voor j<sup>ó</sup>ú en voor m<sup>í</sup>j  
onder alle omstandigheden  
hoe dan ook wat dan ook  
altijd identiek dezelfde lichtsnelheid,  
ongeacht de snelheid  
waarmee we elkaar passeren.

Zou **dé** tijd bestaan:  
ieder "**eigen**" lichtsnelheid;  
in strijd met meetresultaat.

Werkelijkheid:  
**dé** lichtsnelheid;  
elk onze **eigen** tijd;  
dáárin komt verschil tot uiting.

In een grafiek zouden **jouw** en **mijn**  
**tijdlijn schuin uit elkaar lopen.**

Met enig abstractievermogen:  
**jouw en mijn tijd zélf schuin uiteen.**

*Heb jij óók 't idee dat tijd een richting heeft?*

*Die we niet kunnen aanwijzen?*

*Waarom jouw en mijn tijd zelfde richting?*

*Dilatatie: Latijn: **di** = twee, **latus** = (zij)kant.*

# Des te *schever* naarmate onze onderlinge snelheid groter:

%lichtsnelheid	hoek	"hellingsgraad"
10%	6°	10%
20%	12°	20%
30%	17°	31%
40%	24°	44%
50%	30°	58%
60%	37°	75%
71%	45°	100%
80%	53°	133%
90%	64°	206%
95%	72°	304%



Ik heb in de hand:

# LAMP-STAAAAAAAF-SENSOR

Stel dat wij elkaar passeren met een onderlinge snelheid die de lichtsnelheid overtreft.

Voor beiden nog steeds niet relevant hoe snel ander passeert;

ik zie dus gewoon dat de  
sensor op 't lamplicht reageert;  
*ik houd dat ding immers vast;*

*jij ziet mij superluminaal  
passeren, inclusief de sensor;*

lamplicht heeft echter ook voor  
jou gewoon **dé** lichtsnelheid;  
*'t kan niet anders, want 't is licht;*

lamplicht kan vanuit j<sup>ó</sup>úw perspectief  
die sensor dus niet bijhouden!

Jij ziet: lamplicht bereikt sensor níét,  
maar:  
ik zie: sensor ontvangt lamplicht wél.

**CONTRADICTIE!**

Bewijs uit het ongerijmde:  
een premisse die tot een contradictie  
leidt is met zekerheid fout.

De premisse was:

Stel dat wij elkaar passeren  
met een onderlinge snelheid  
die de lichtsnelheid overtreft.

**NÍÉT DUS!**



Het ene simpele feit  
dat voor iedereen altijd  
dezelfde lichtsnelheid geldt  
is voldoende om aan te tonen  
dat diezelfde lichtsnelheid  
níét kan worden overschreden.

CETERUM CENSEO  
SUPERLUMINALITATEM  
ESSE DELEN DAM

Overigens ben ik van mening dat  
(het geloof in) superluminaliteit  
moet worden vernietigd.

Henkus Tancus Sapiens

Henk de denktank

# Overgooiertje spelen in de metro!



(met balletje, steentje,  
chihuahua, whatever...)

**HAAKS** op  
rijrichting trein;  
**vanaf**  
**voorbijrazend**  
**perron gezien:**  
**schuine zigzag.**

afbeelding:

<https://www.railjournal.com/wp-content/uploads/2018/11/Amsterdam-GVB-metro-CAF-interior-LARGE.jpg>

Soortgelijk:

wij passeren elkaar (*subluminaal*)

en ik houd mijn

LAMP-STAAAAAAAF-SENSOR

haaks op de bewegingsrichting.

Ik zie jou passeren;

jij ziet mij passeren;

ík zie: licht steekt haaks over;

jíj ziet: licht steekt schuin over;

ergo:

jíj ziet *grotere lichtreisafstand* dan ík.

*Constantheid van dé lichtsnelheid* impliceert:

jíj meet in *jóúw* tijd *grotere*

*lichtreisduur* dan ík in *míjn* tijd;

lichtreisduur zoals ík die meet met dat ding

in de hand is voor *jóú* a.h.w. opgerekt.

Meetbaar effect tijddilatatie:

tijdrek

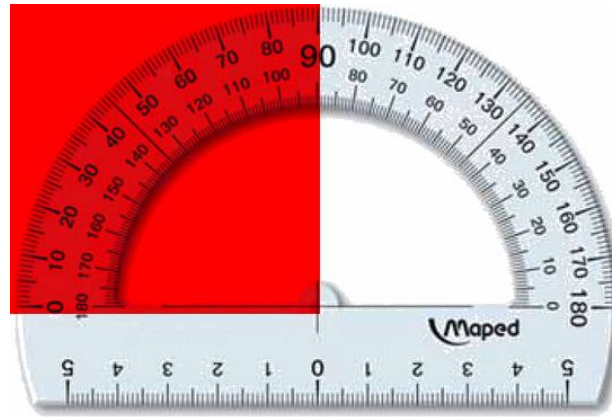
vgl. perspectivische vertekening.

Zigzag in metro & met name  
schuine oversteek lamp - sensor:  
dát is in wezen het *scheeflopen van*  
*míjn tijd* vanuit *jóúw* perspectief.

Vanuit **jóúw** perspectief ben **jíj**  
*stilstaande waarnemer*  
en **LAMP-STAAAAAAAF-SENSOR**  
is snelle voorbijganger.

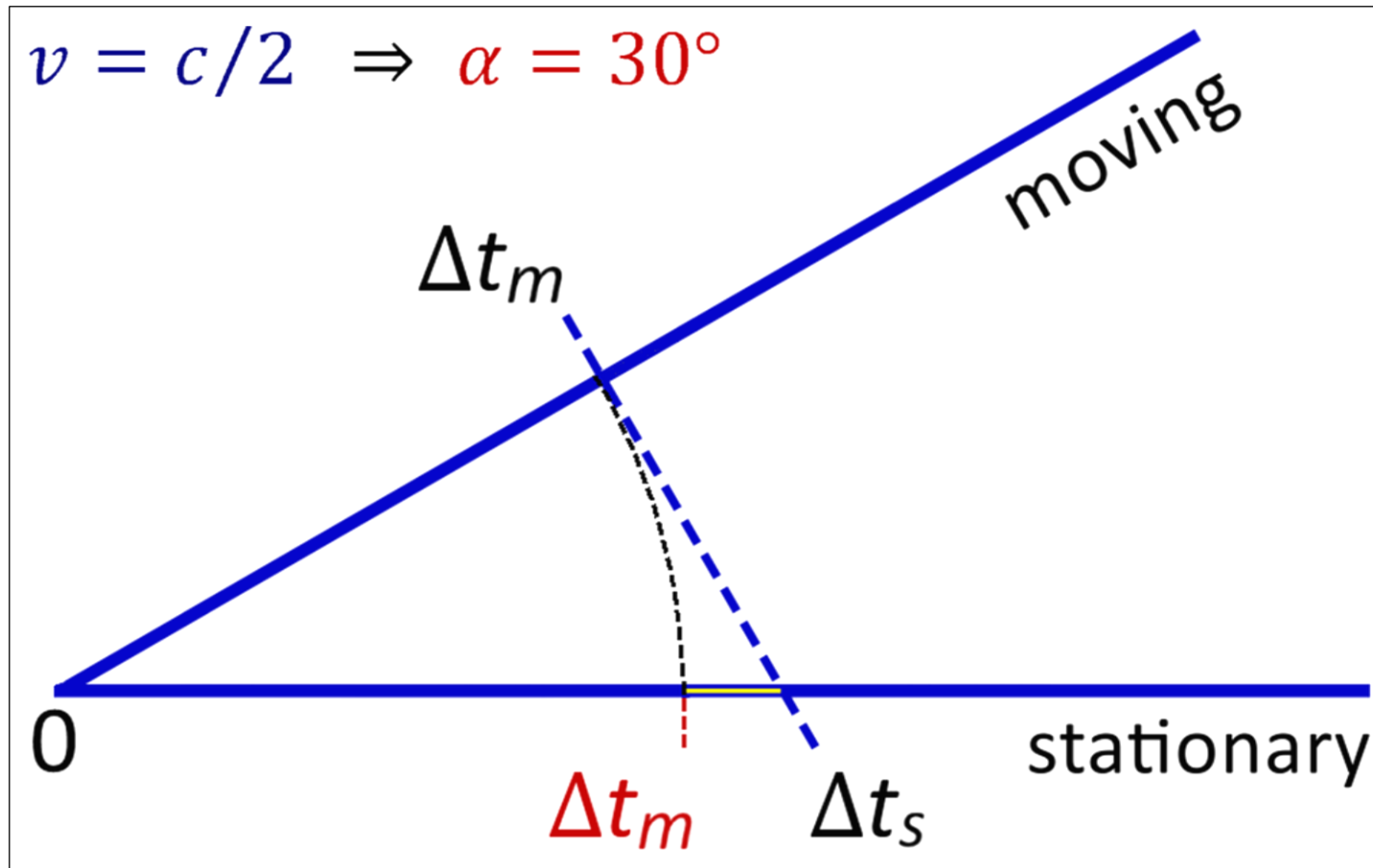
Tijdspannen die zich bij snel passerend  
ding (in zijn éígen tijd!) afspelen duren  
**voor *stilstaande waarnemer* (in zín eigen tijd)**  
langer dan voor ding zelf.

Naarmate *onderlinge* snelheid groter:  
**jóúw** en **míjn** tijd steeds *SCHEVER* uiteen,  
maar **LOODRECHT** op **HAARKE** oversteek  
**kom je nooit aan de overkant, toch?**



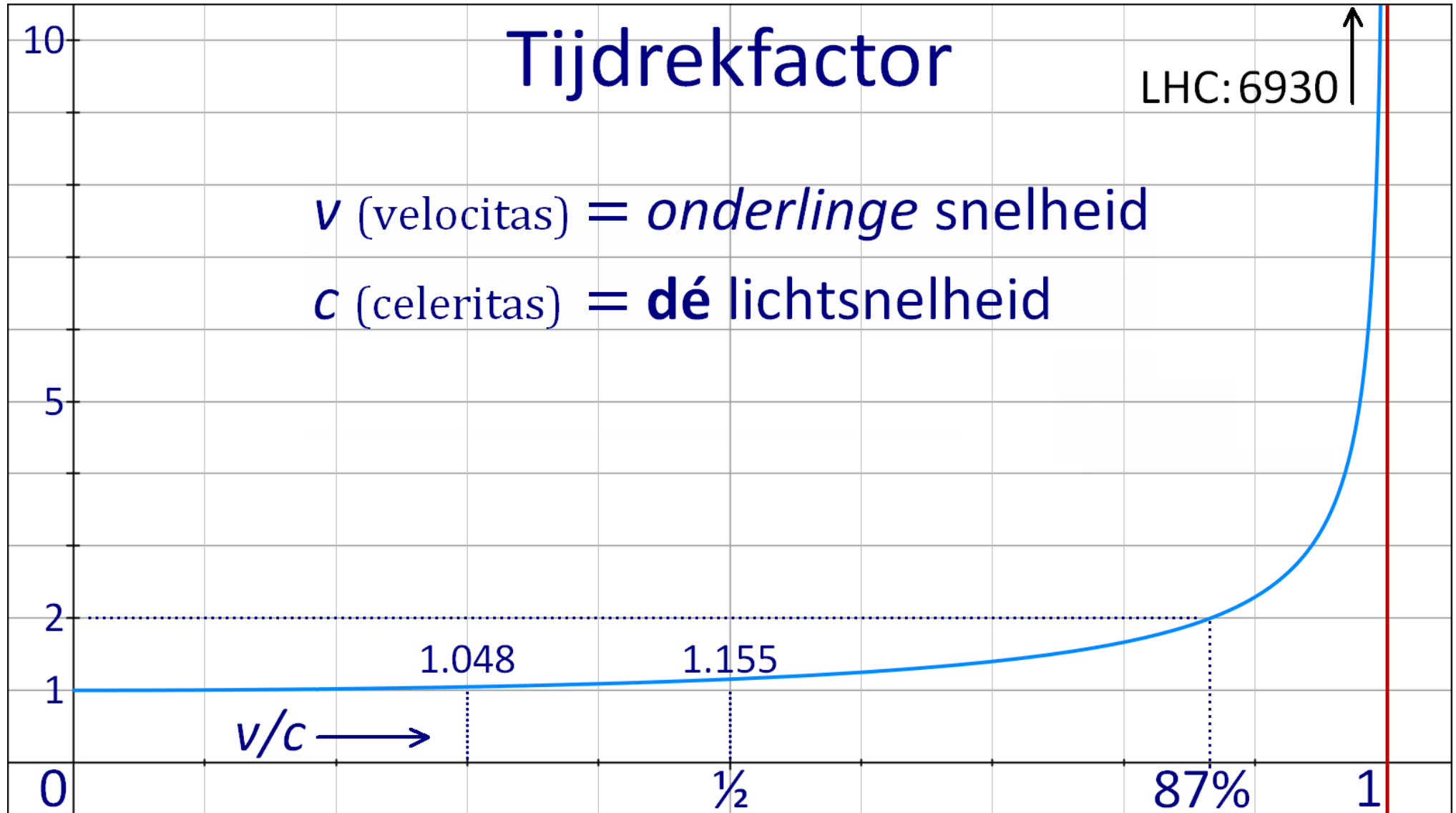
Niet *SCHEVER* dan **LOODRECHT**  $\Rightarrow$  **niet(s) sneller dan licht.**  
Moet wél oversteken  $\Rightarrow$  *minder* dan **LOODRECHT** op **HAARKE**  
 $\Rightarrow$  **lichtsnelheid onbereikbaar**  
(behalve voor licht zelf en dát kan dan weer niet anders).





$\Delta t_m$  = tijdspanne die zich bij passant afspeelt;

$\Delta t_s$  = zoals *stilstaande* waarnemer die ziet;  
kijkt loodrecht op tijdlijn van passant.



$v$ : snelheid van een *ding*,  $c$ : van een *golf* (licht, maar óók geluid!).

## Tijdrek:

óók tijdspannen tussen kloktikken!

*Stilstaande waarnemer*

ziet snel voorbijkomende klok

langzamer tikken dan klok zelf.

Hoer sneller de klok gaat,  
hoer langzamer die gaat.

Niet alleen klokken zie je langzamer gaan,  
maar alles wat zich bij snelle passant afspeelt.

André Kuipers is tijdens zijn zweverige half jaar  
in het International Space Station (2011-2012)  
5 milliseconde minder verouderd dan degenen  
die hun voeten wél stevig op de grond hadden.

Zijn ruimtereis op hoge snelheid (27000 km/h)  
duurde voor de *stilstaande* aardse waarnemer  
namelijk *langer* dan voor hém.

# Global Positioning System

werkt op basis van radiosignaalreistijdverschillen  
(met lichtsnelheid dus) vanaf meerdere satellieten,  
omgerekend naar afstandsverschillen;

omlooptijd:<sup>3</sup> 43077.2 sec = 11:57:57.2;

hoogte:<sup>4</sup> 20188.7 km;

snelheid: 3.87396 km per seconde;

tijdrek: elk etmaal op satellietklok  
duurt voor ons 7 microseconde langer.

---

<sup>3</sup> precies 12 uur in z.g. sterrentijd (aardaswenteling t.o.v. sterren i.p.v. zon)

<sup>4</sup> 26 559.7 km tot middelpunt aarde

Mwah, zeven luttelē  
miljoenstē secondjēs<sup>5</sup>  
op een hele dag, wat  
maakt dat nou uit?

---

<sup>5</sup> Groene boekje: secondetjes

Wel, **dé** lichtsnelheid = 299 792 458 m/s

*(exact; met dit getal is de meter gedefinieerd)*

**≈300 meter per microseconde.**

7 microseconde/dag betekent dus 2.1 km/dag,

oftewel een **VERLOOP** van **87 meter per uur**

in de locatieaanduiding op **jóúw** navigatie-

**systeem** terwijl je je **niét** verroert!

**Damojjenìèbbe...**

Slechts topje ijsberg:

verschil in *zwaartekracht* aldaar en alhier geeft óók tijdrek,

**totaal verloop niet 2.1 maar 11.4 km/dag = 475 meter per uur!**

Nominale nauwkeurigheid GPS:

95% metingen in *open veld*  
wijkt minder af dan 8 meter.

Ervaring: dat wordt gerealiseerd!

Élke minuut héél GPS gehercalibreerd?

Nee, satellietklokken aangepast  
conform Einsteins formules.



Kortom:  
nauwkeurigheid van  
jóúw navigatiesysteem  
in jóúw auto of telefoon  
BEVESTIGT *tijdrek*  
zoals door Einstein gevonden.

Eerder gezegd:  
*individualiteit* in dagelijks leven niet merkbaar.

**Wél dus!**

# Tot nu toe:

- We zien alles vanuit éígen perspectief.
- Ervaring leert ons:
  - bij elke snelheid alles precies net zo;
  - meten altijd zelfde lichtsnelheid.
- Postulaten Einstein:
  - ieder zelfde natuurwetten bij elke snelheid;
  - iedereen **dé** lichtsnelheid = natuurconstante.

## Tot nu toe (2):

- Tijddilatatie:
  - niet **dé** tijd, maar **jóúw** tijd, **míjn** tijd;
  - bij heel grote *onderlinge* snelheid gaan **jóúw** en **míjn** tijd scheef uiteenlopen.
- Tijdrek (meetbaar effect daarvan):
  - snel voorbijkomende klok voor *stilstaande* waarnemer langzamer;
  - bevestigd door nauwkeurigheid GPS<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> alsmede o.a. vervaltijd bepaalde elementaire deeltjes (muonen), vliegtuig met atoomklokken wereld rond, feit dat deeltjesversnellers het *doen*.

# Nota bene:

tijdrek betreft tijdspannen en geen tijdstippen.

**Raadsel:** noem een – niet alleen door studenten – nogal eens gemaakte fout.

tijdrek betreft tijd zélf<sup>7</sup>, ligt beslist niet aan klok.

**tijdrek** slechts door *stilstaande* waarnemer waargenomen vanuit *zín* perspectief; **snelle passant ondervindt níets** bijzonders.

---

<sup>7</sup> en álles wat zich daarin afspeelt, zoals b.v. je verouderingsproces

# Vergelijking lichtsnelheid:

wereldrecord 500 m schaatsen:

2019-03-09: Пáвел Алекса́ндрович Кули́жников: 33.61 s

Pavel Aleksandrovich Kulizhnikov

anderhalve cm in één duizendste seconde;

in diezelfde tijdsduur doet klinkende  1 trilling

en gaat licht van de Vaalserberg<sup>8</sup> naar Nes (Ameland).

Ook: 300 m in één miljoenste seconde,  
30 cm (stoeptegels) in één miljardste seconde,  
ca. 10 cm in één CPU-kloktik van jóúw computer.

wat	km	lichtreisduur	op fiets (15 km/h)
aarde-maan	384 402	<b>1.28 sec</b>	2 jaar + 11 mnd
aarde-zon	149 597 870.7	<b>8 min + 19 sec</b>	1138 jaar

vólcontinu fietsen!

<sup>8</sup> maar die moet dan 7 km hoog zijn om "voorbij de horizon" te kunnen schijnen...

Vanuit jóúw perspectief schuin overstekend licht vormt samen met onderlinge bewegingsrichting en de *loodrechte* LAMP-STAAAAAAAF-SENSOR een *rechthoekige* driehoek en daarvoor geldt

**de stelling van Pythagoras!**

Tijdrekfactor:

$$\gamma := 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

of (met  $\beta := v/c$ ):

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$$

# Optelling van snelheden:

Stilstander vangt door fietser vooruit gegooide bal:

$$\beta_{\text{vang}} = \frac{\beta_{\text{fiets}} + \beta_{\text{gooi}}}{1 + \beta_{\text{fiets}} \cdot \beta_{\text{gooi}}}$$

som gedeeld door (1 plus product).

$\beta_{\text{vang}}$  en  $\beta_{\text{fiets}}$  beide t.o.v. stilstander,  
 $\beta_{\text{gooi}}$  t.o.v. fietser.

Als  $\beta_{\text{fiets}}$  &  $\beta_{\text{gooi}}$  heel klein zijn (dus  $v \ll c$ ) dan is die noemer gewoon 1  $\Rightarrow$  simpele alledaagse snelheidsoptelling.

Jij zit stil in een gewone bus;  
twee lantarens passeren relativistisch;  
je geeft beide een pats (héél gevaarlijk!);

jij meet:

$$\text{lantarenafstand}_{\text{jij}} = \text{lantarensnelheid}_{\text{jij}} \\ \times \text{patsinterval}_{\text{jij}}$$

*suffix geeft aan vanuit wier perspectief gemeten.*



Ík sta stil bij twee gewone lantaarns;  
komt relativistische bus voorbij;  
inzittende geeft lantaarns een pats;

ik meet:

$$\text{rijafstand}_{ik} = \text{bussnelheid}_{ik} \\ \times \text{patsinterval}_{ik}$$

ook geldt uiteraard:

$$\text{rijafstand}_{ik} = \text{lantaarnafstand}_{ik}$$

*suffix geeft aan vanuit wiens perspectief gemeten.*

Jíj bent de patser, 't zijn jóúw patsen;  
ík ben *stilstaande* waarnemer;  
jíj bent snelle passant;

tijdrek:

$$\text{patsinterval}_{ik} = \text{patsinterval}_{jj} \times \text{tijdrekfactor}$$

$$\text{rijafstand}_{ik} = \text{bussnelheid}_{ik} \times \text{patsinterval}_{ik}$$

$$\text{lantaarnafstand}_{ik} = \text{bussnelheid}_{ik} \times \text{patsinterval}_{jj} \\ \times \text{tijdrekfactor}$$

*onderlinge* snelheid voor beide(n) gelijk:

$$\text{lantaarnafstand}_{ik} = \text{bussnelheid}_{ik} \times \text{patsinterval}_{jj} \\ \times \text{tijdrekfactor}$$

$$\text{lantaarnafstand}_{ik} = \text{lantarensnelheid}_{jj} \times \text{patsinterval}_{jj} \\ \times \text{tijdrekfactor}$$

dat betekent:

$$\text{lantaarnafstand}_{ik} = \text{lantarenafstand}_{jj} \times \text{tijdrekfactor}$$

oftewel:

$$\text{lantarenafstand}_{jj} = \text{lantaarnafstand}_{ik} \div \text{tijdrekfactor}$$

lantarenafstand<sub>jij</sub> = lantaarnafstand<sub>ik</sub> ÷ tijdrekfactor

*tijdrekfactor altijd  $\geq 1$ , erdoor delen levert dus:*

de lantarenafstand zoals jij die meet is *kleiner* dan de lantaarnafstand zoals ik die meet!

Voor mij staan ze volkomen stil, dus ik meet de doodgewone lantaarnafstand; jij ziet ze echter relativistisch voorbijkomen en dat wijkt duidelijk af van het alledaagse;

daardoor meet jij dus als direct gevolg van tijddilatatie een kortere lantarenafstand.

Uiteraard zie **ík** een *kort busje* voorbijkomen.  
Míjn patsen zijn dan tegen voor- en achterrait.

Relativistisch voorbijkomende dingen zijn voor *stilstaande* waarnemer in de bewegingsrichting verkort met één gedeelte door de tijdrekfactor.

Dat heet *Lorentzcontractie*,

genoemd naar **George Francis Fitzgerald**, die dat drie jaar vóór prof. **Hendrik Antoon Lorentz** al had *bedacht* ter verklaring van dat vreemde meetresultaat van altijd dezelfde lichtsnelheid. Beiden hadden het echter *nergens uit gededuceerd*. **Albert Einstein** was toen net tien.

**Fitzgerald** had slechts een vage omschrijving gegeven in een ingezonden brief, terwijl **Lorentz** het compleet had uitgewerkt.

Es ist bekannt, daß jener Widerspruch zwischen Theorie und Experiment durch die Annahme von H. A. Lorentz und Fitzgerald, nach welcher bewegte Körper in der Richtung ihrer Bewegung eine bestimmte Kontraktion erfahren, formell beseitigt wurde. Diese ad hoc eingeführte Annahme erschien aber doch nur als ein künstliches Mittel, um die Theorie zu retten;

*Deze ad hoc ingevoerde aanname verscheen echter slechts als een kunstgreep om de theorie te redden.*

**Bij Einstein is Lorentzcontractie geen aanname, maar een logisch en onvermijdelijk gevolg van tijddilatatie.**

# Twee lantaarnpalen ("voorpaal" en "achterpaal"):

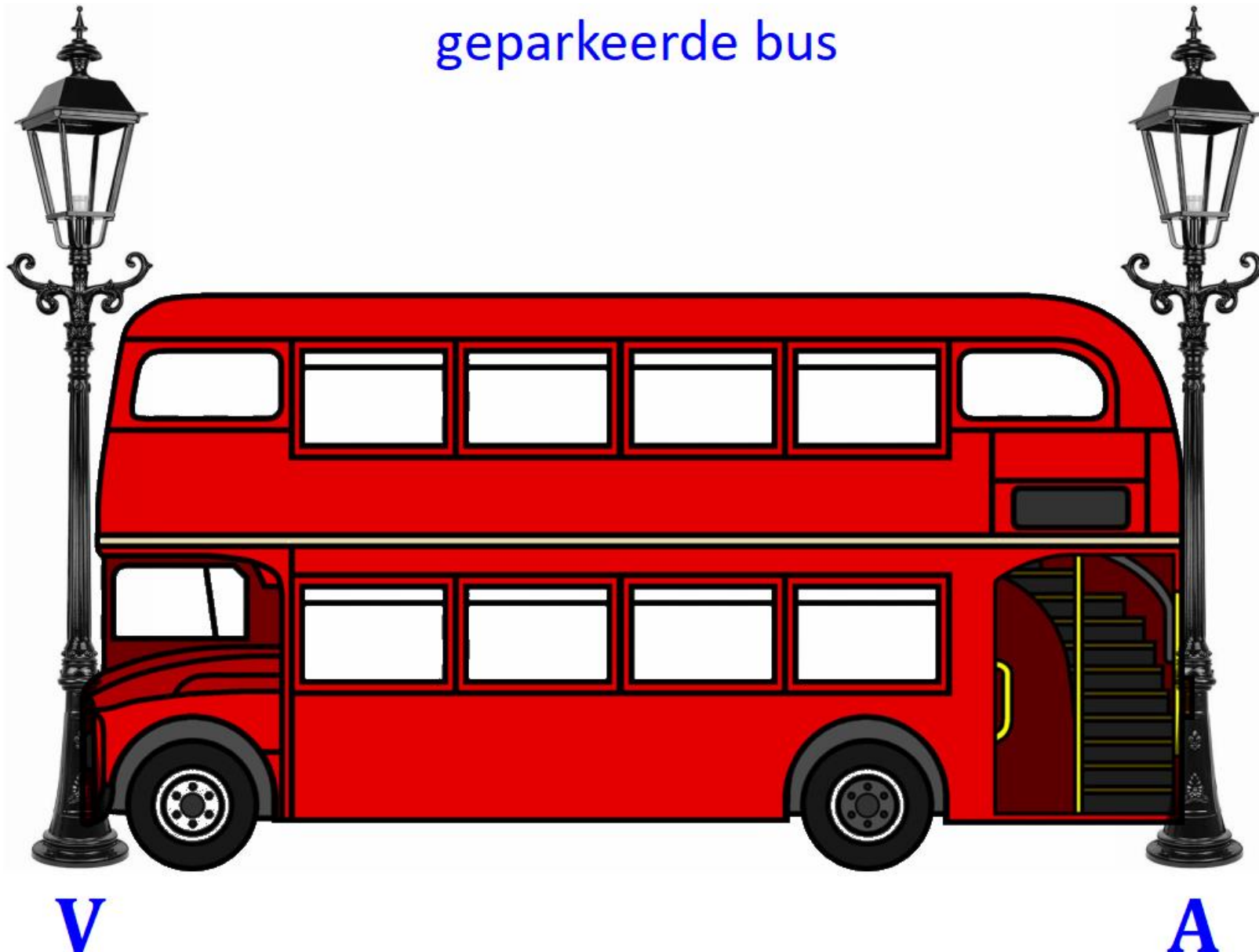


V



A

# En een aldaar: geparkeerde bus





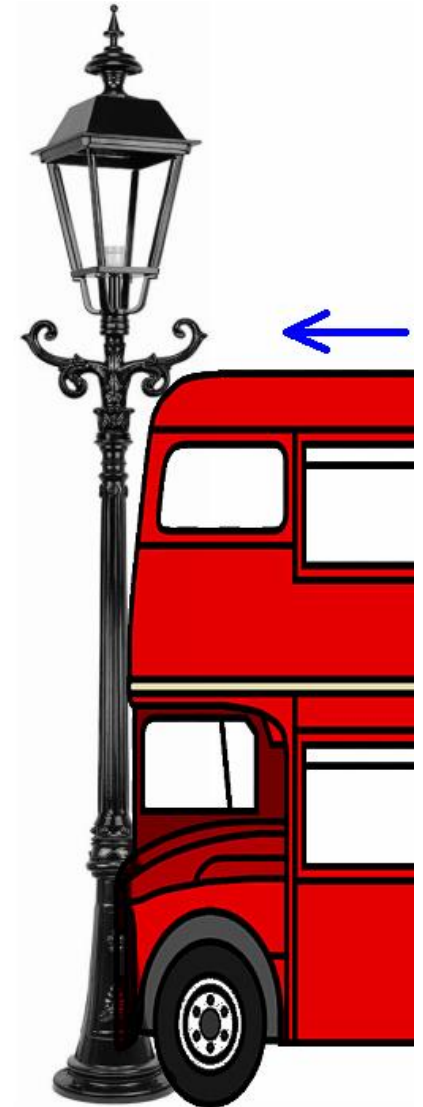
Wat zie ik vanaf de stoep  
als jij met die bus met een  
relativistische bloedgang  
voorbijraast?

Ik zie jou naderen:



V

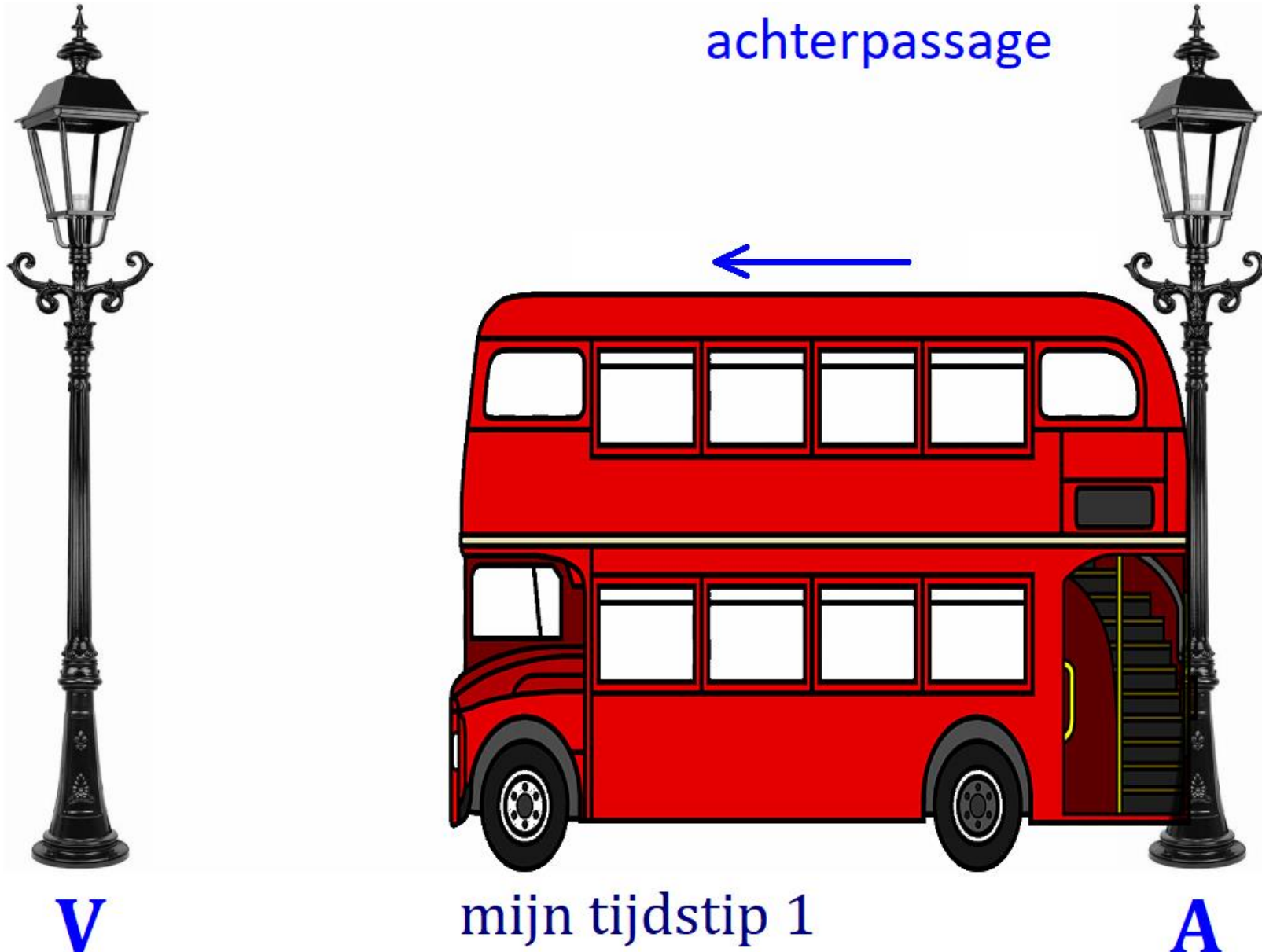
mijn tijdstip 0



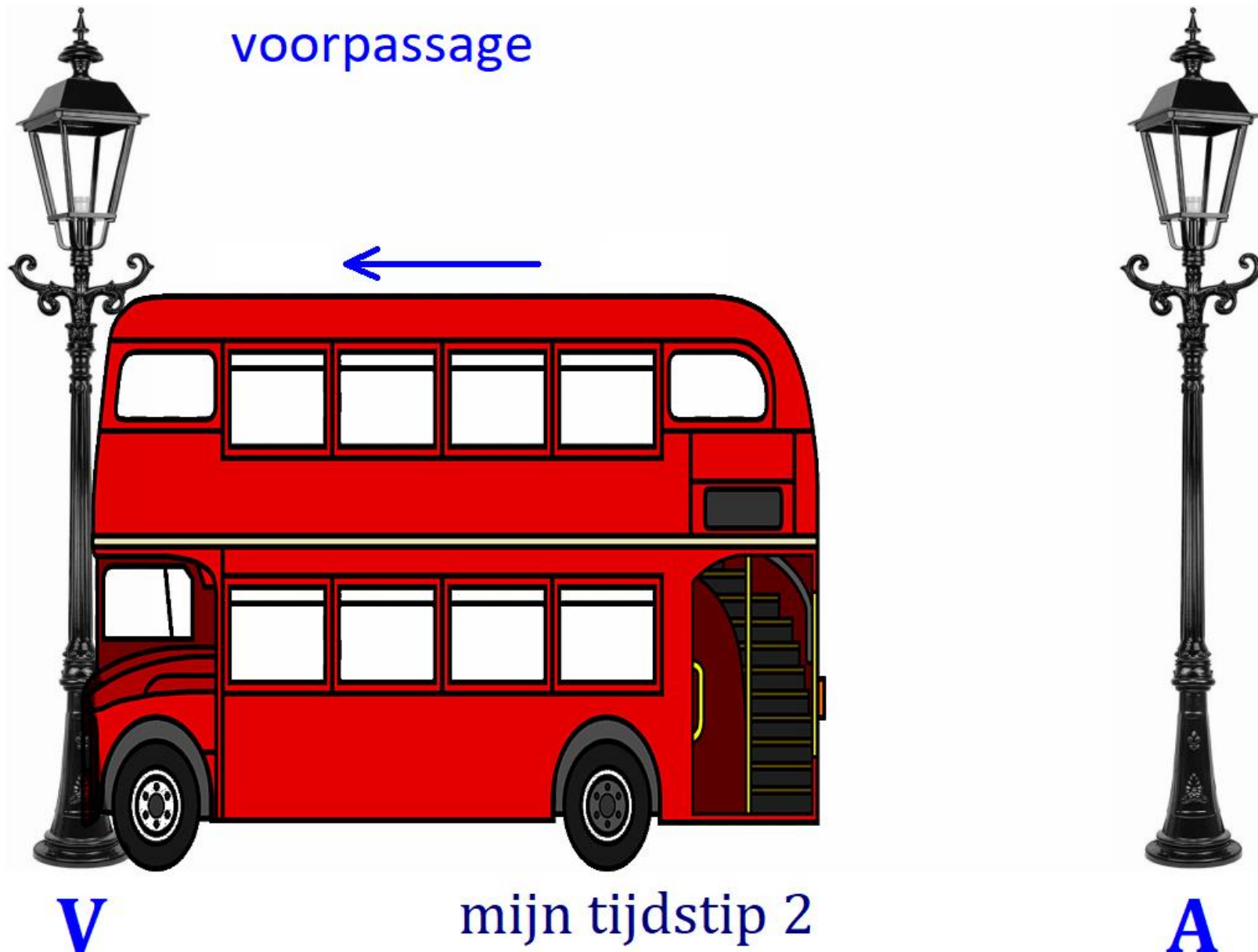
A

Ik zie éérst:

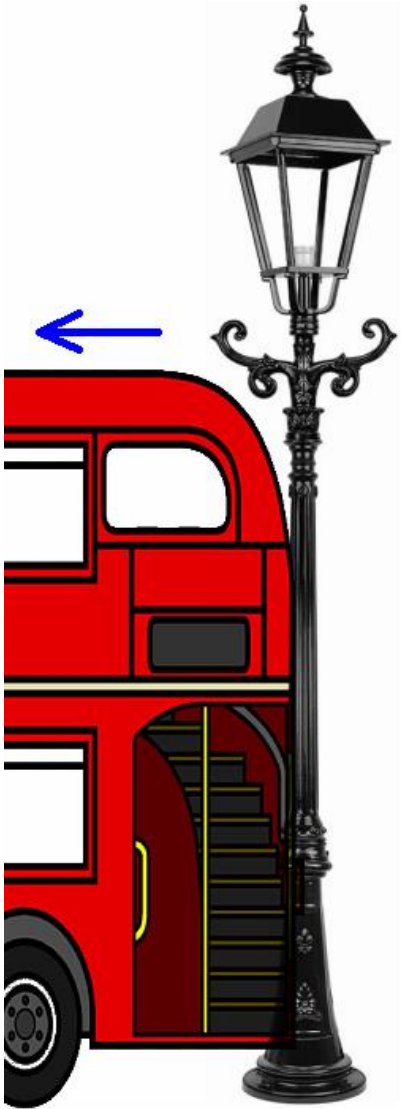
achterpassage



Ik zie daarná:



# Tenslotte ben je voorbij:



V

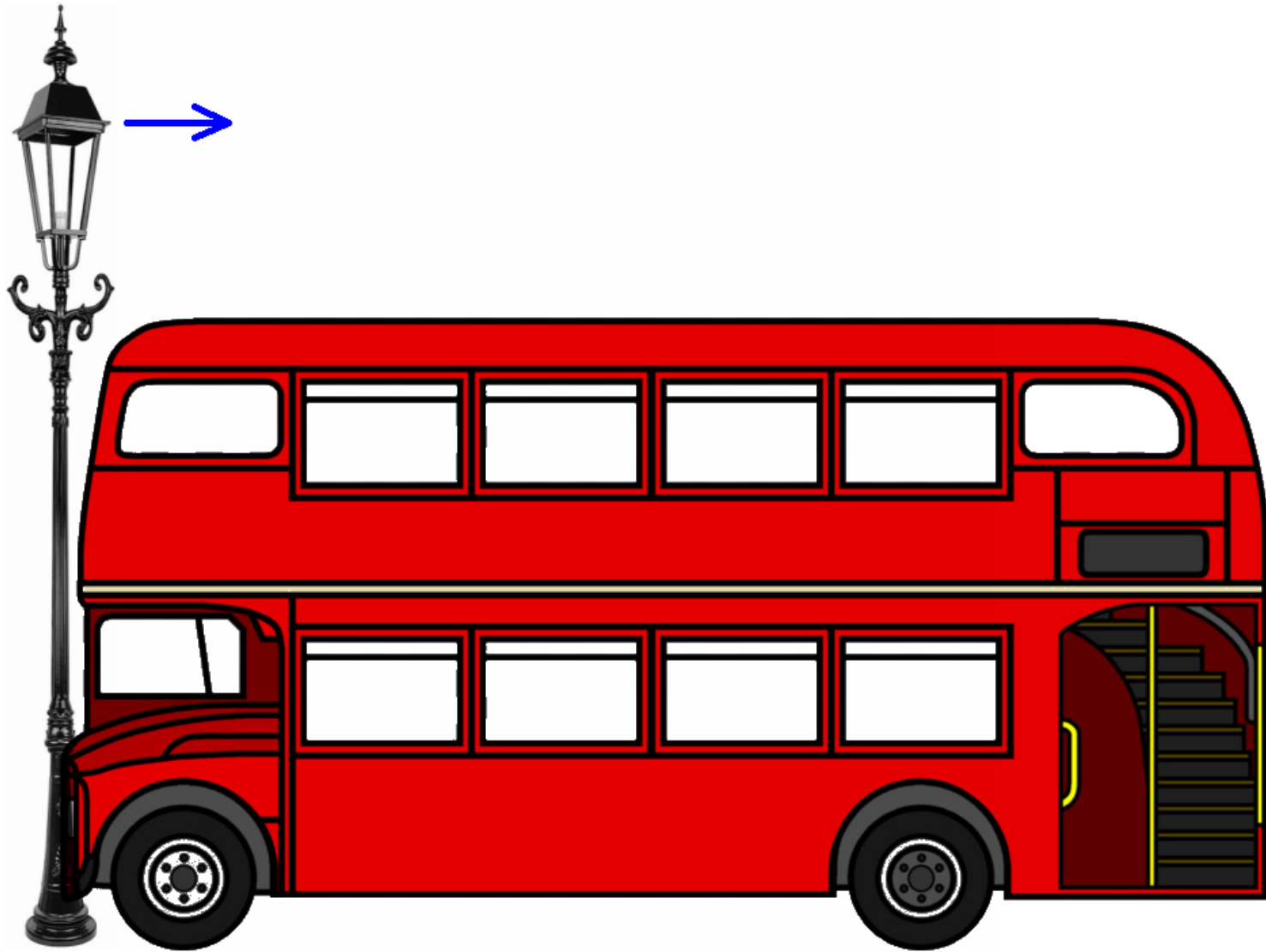
mijn tijdstip 3



A

Hoe zie jij vanuit de bus  
die lantarenpalen met een  
relativistische bloedgang  
voorbijkomen?

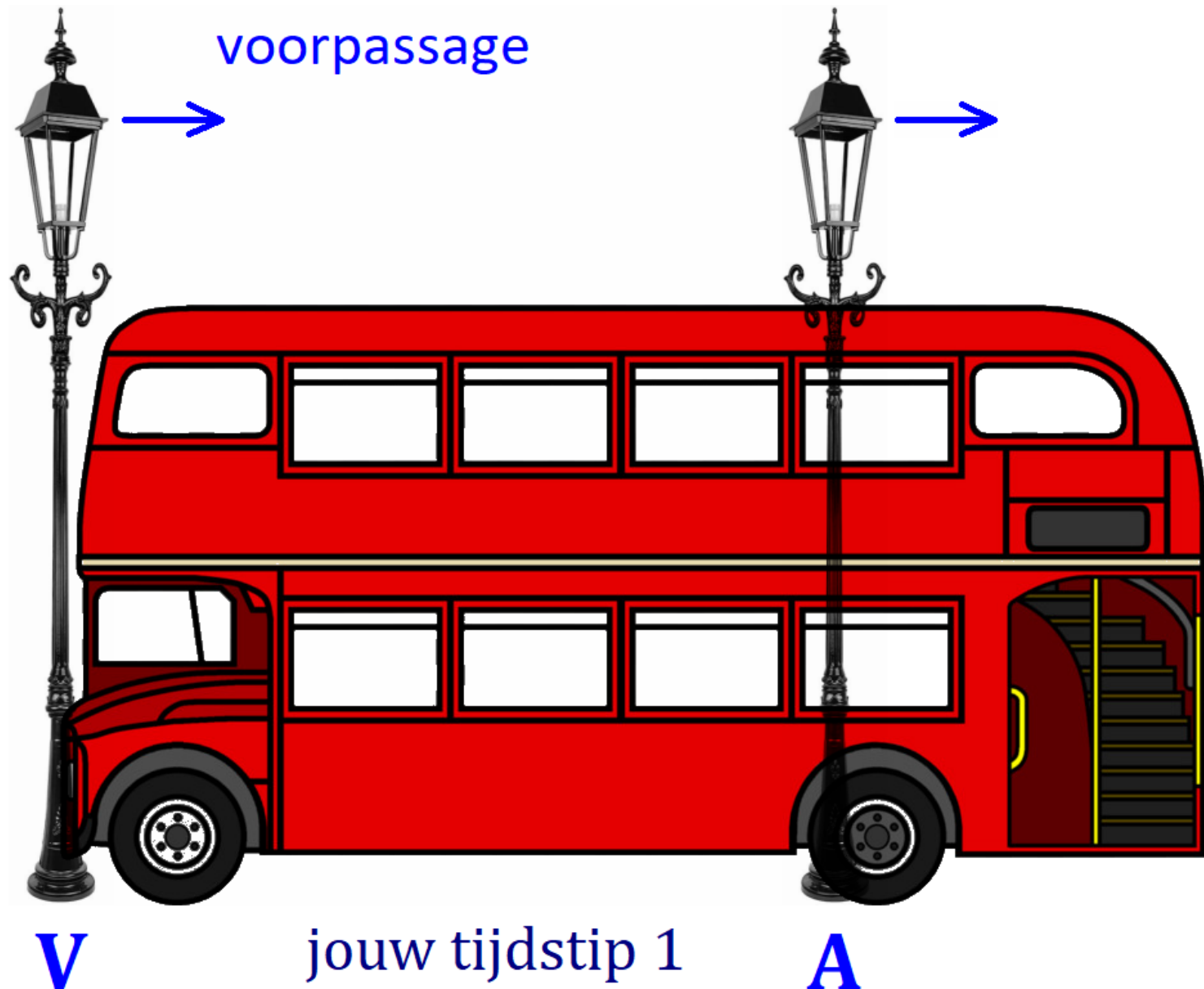
Jij ziet de lantarenpalen naderen, eerst de "achterpaal":



A

jouw tijdstip 0

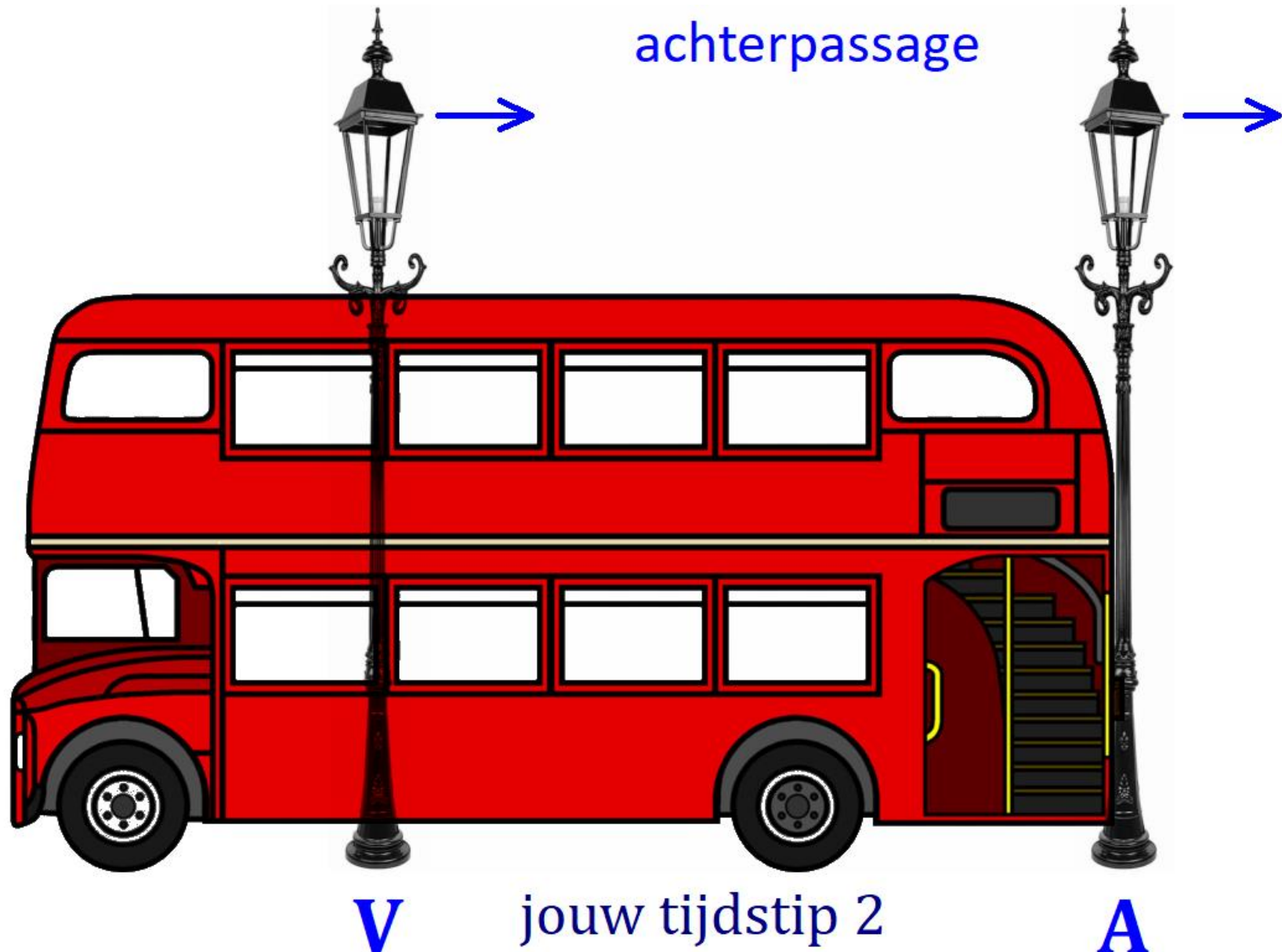
Jij ziet éérst:



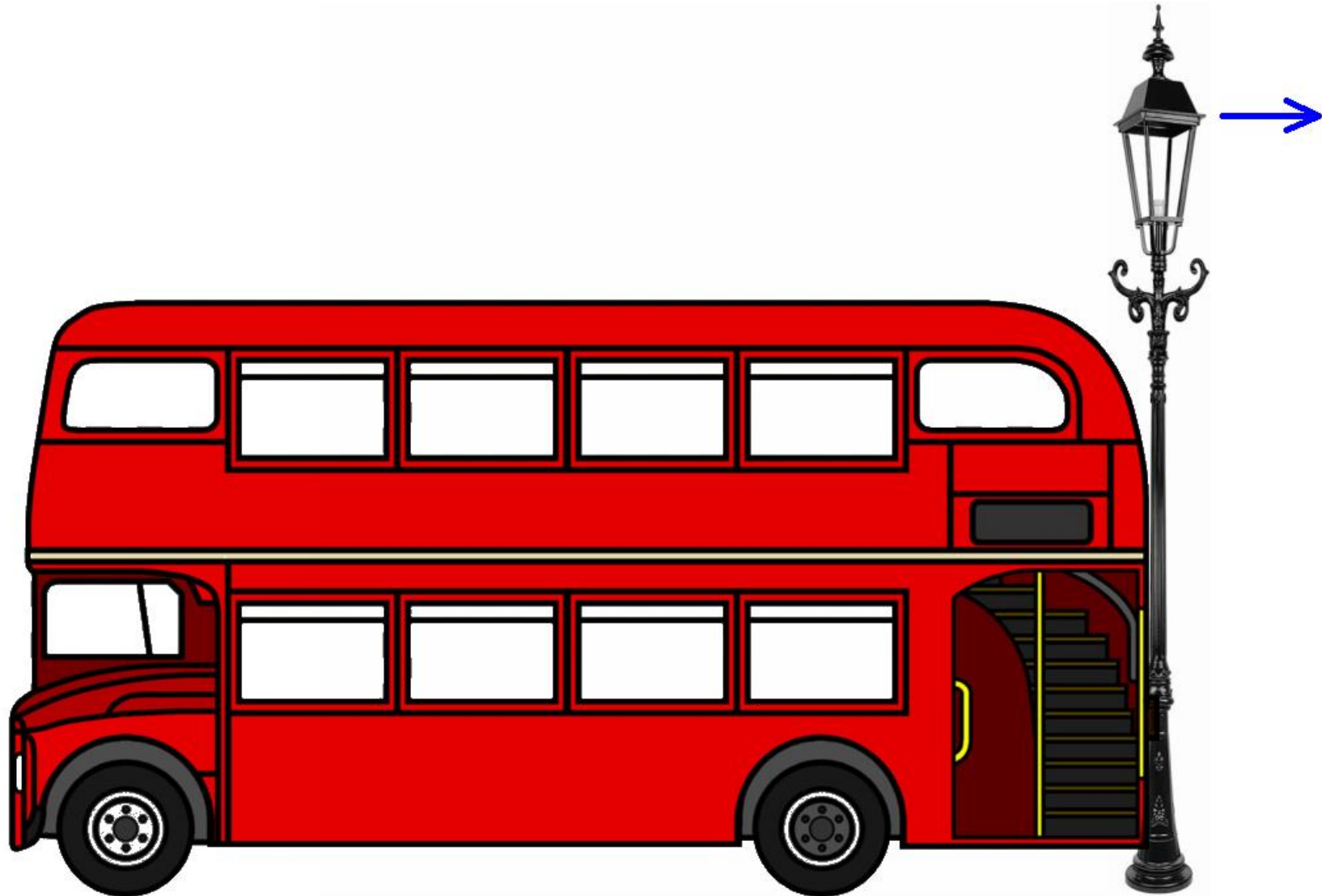


Jij ziet **daarna**:

achterpassage



Tenslotte zijn de palen voorbij:



jouw tijdstip 3

V

## Gevolgen tijddilatatie/Lorentzcontractie:

- ik: éérst achterpassage, daarná voorpassage;
- jij: éérst voorpassage, daarná achterpassage;
- *oneens over volgorde van gebeurtenissen;*
- beide: tijdverschil tussen passages;
- afstand/lengte kwijt → tijdverschil terug.

Vanuit bus niet alleen lantarenafstand,  
maar hele straat korter!

Hoër vlugger je gaat, hoër korter de straat!

Lorentzcontractie bij *lichtsnelheid* tot helemaal nul!

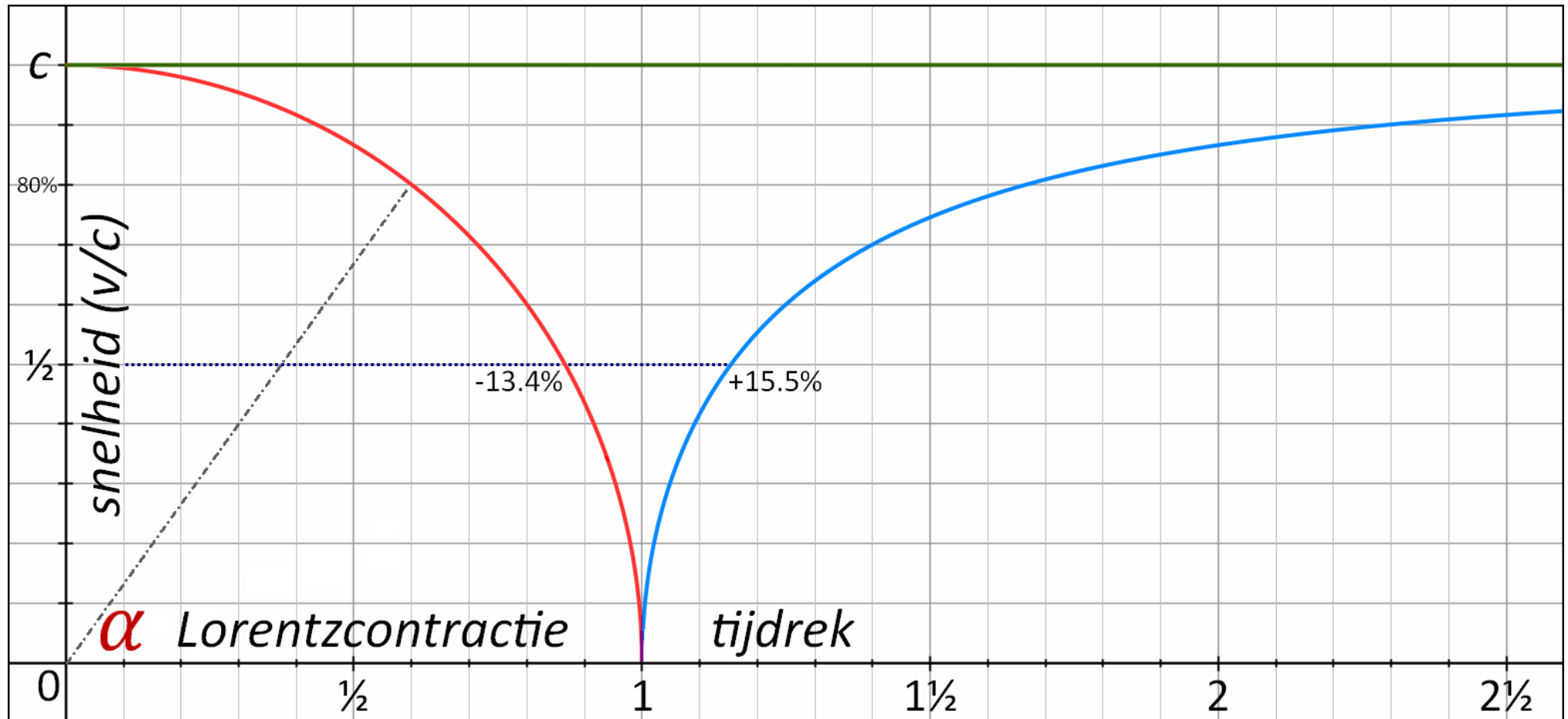
Straat kan niet korter  $\Rightarrow$  niet sneller dan licht.

Als straat nul dan ook totale reisduur!

Niet alleen onmogelijk om lichtsnelheid  
te overtreffen, maar zelfs zinloos.

Je bent er al op het moment van vertrek!

# Lorentzcontractie, tijdrek, lichtsnelheidslimiet:



Voorbeeld:  $\alpha \approx 53^\circ =$  tijdscheefheid bij 80% lichtsnelheid.

**Lengtecontractiefactor:  $\cos \alpha$  ; tijdrekfactor:  $1/\cos \alpha$  .**

## Resumé:

alles uit éígen perspectief;  
*zélf stilstaand* (kan niet verplaatsen t.o.v. jezelf);  
ánder komt voorbij;

### ervaringsfeiten:

bij elke snelheid alles net zo;  
*méten altijd zelfde lichtsnelheid;*

### ergo conclusio:

**dé** lichtsnelheid, en dan níét: **dé** tijd;  
*direct gevolg: níét(s) sneller dan licht.*

## Resumé (2):

*hét relativistische toverwoord:*

**tijddilatatie:**

**elk éígen tijd, jóúw en míjn tijd scheef uit elkaar;**

**tijdrek:**

*tijdspannen van relativistische passant voor  
stilstaande waarnemer opgerekt (tot  $\infty$  bij lichtsnelheid);*

*relativistische klok voor stilstaande waarnemer trager;*

**eigen perspectief snelle passant: niets a.d. hand.**

## Resumé (3):

### Lorentzcontractie:

relativistisch passerend ding voor *stilstaande*  
waarnemer in bewegingsrichting verkort;  
eigen perspectief snelle passant: niets a.d. hand;  
oneens over volgorde gebeurtenissen  
(en gelijktijdigheid i.h.a.);  
afstand en tijd gaan a.h.w. in elkaar over.



Lichtsnelheidslimiet impliceert:

extra energie  $\Rightarrow$  **geen snelheids-** maar **massatoename**;  
wellicht allerbekendste formule ter wereld:

$$E = mc^2$$

massa is verdichte energie.

$c^2 = 89\,875\,517\,873\,681\,764 \text{ m}^2/\text{s}^2$  (negentig biljard);

Gemiddeld energieverbruik Nederlands huishouden per jaar<sup>9</sup>:

$$\left[ (31.65 \text{ MJ/m}^3) \times (1169 \text{ m}^3 \text{ gas}) + (2479 \text{ kWh electr.}) \right] / c^2 \approx \frac{1}{2} \text{ mg.}$$

z.g. **massadefect** atoombom Hiroshima:

**slechts  $\frac{3}{4}$  gram is volledig omgezet in energie;**

explosieve kracht: **25 huizen massief tjokvol dynamiet;**

**78 000 onmiddellijke doden, velen instantaan verdampt.**

<sup>9</sup> getallen van <https://www.milieucentraal.nl/energie-besparen/inzicht-in-je-energierekening/gemiddeld-energieverbruik/> (d.d. 2022-04-23)

**$E = mc^2$**  is bron zonne-energie.

**Totaal door zon uitgestraald vermogen:**

**382 800 triljoen kilowatt**uur per uur.

Buitenkant aardatmosfeer ontvangt:  $\sim 1361 \text{ W/m}^2$ ;  
aardoppervlak:  $\leq \sim 1050 \text{ W/m}^2$ ; totaal:  $\sim 500$  biljard watt.

$$E = mc^2 \Rightarrow m = E/c^2 \Rightarrow$$

**massaverlies zon: 4 259 000 ton per seconde**

( $\sim 0.7\%$  totale zonsmassa gedurende haar "leven" van  $\sim 10$  miljard jaar);

**waterequivalent:  $162 \times 162 \times 162 \text{ m}^3/\text{s}$ ;**

**$\sim 1700$  olympische zwembaden per seconde.**

Tekening zon: NASA: <https://solarsystem.nasa.gov/solar-system/sun/overview/>

Onderlinge snelheid:  
constant:  
*speciale* relativiteit;  
veranderlijk:  
*algemene* relativiteit.

# Albert Einstein:

unternommene Versuche zeigten zwar die Durchführbarkeit dieses Unternehmens, befriedigten mich aber nicht, weil sie auf physikalisch unbegründete Hypothesen gestützt werden mussten. Da kam mir der glücklichste Gedanke meines Lebens in folgender Form:

Das Gravitationsfeld hat an einem betrachteten in ähnlicher Weise nur eine relative Existenz wie das durch magnetelektrische Induktion erzeugte elektrische Feld. *Denn für einen vom Dache eines Hauses frei herabfallenden Beobachter existiert während seines Falles—wenigstens in seiner unmittelbaren Umgebung—kein Gravitationsfeld.*<sup>[36]</sup> Lässt der Beobachter nämlich irgend welche Körper los, so bleiben sie relativ zu ihm im Zustande der Ruhe bzw. gleichförmigen Bewegung, unabhängig von ihrer besonderen chemischen und physikalischen Natur.<sup>[37]</sup> Der Beobachter ist also berechtigt, seinen Zustand als „Ruhe“ zu deuten.

*Toen kreeg ik de gelukkigste gedachte van mijn leven: **in vrije val voel je je gewicht niet!***

# Ervaring, ervaring:

Der Beobachter ist also berechtigt, seinen Zustand als „Ruhe“ zu deuten.

Der ungemein sonderbare **Erfahrungssatz**, dass alle Körper in demselben Schwerefeld mit gleicher Beschleunigung fallen, erhielt durch diesen Gedanken sofort einen tiefen physikalischen Sinn. Wenn es nämlich auch nur ein einziges Ding gäbe, das im Schwerefeld anders fällt wie die andern, so könnte der Beobachter mit seiner Hilfe erkennen, dass er sich in einem Schwerefeld befindet und dass er in diesem fällt. Existiert aber ein solches Ding—**wie die Erfahrung mit grosser Genauigkeit ergeben hatte**—nicht, so fehlt zunächst jeder objektive Grund für den Beobachter, sich als einen in einem Gravitationsfeld fallenden zu betrachten. Er hat vielmehr das Recht, seinen Zustand als ruhend und seine Umgebung bezüglich der Gravitation als feldfrei zu betrachten.

*Géén natuurkundig ongegronde hypothese!*

Bij sprong met beide voeten van de grond  
ben je gewichtloos totdat weer op de grond!

Probeer maar met ogen dicht:  
voelt níets van omkering omhoog/omlaag;

*maar ook geen flauw idee wanneer touchdown,  
dus mogelijk **rotsmak** als gevolg.*

Tip: uitproberen op **BETONNEN VLOER**  
i.p.v. *lekker zacht grasveld, **watje!***

Snelheidsverandering:

tweede wet van Newton:

$$F = m \cdot a$$

kracht = massa × versnelling

ofwel:

kracht ÷ massa = versnelling

*wel evenveel, maar beslist niet hetzelfde!*

# Versnelling:

steeds vluggere opeenvolging  
passerende lantarens;

kracht per massa<sup>10</sup>:

je wordt in rugleuning gedrukt.

---

<sup>10</sup> **Níét: kracht per kilogram!** Géén *groot-* en *eenheden* door elkaar halen!



In rugleuning gedrukt?

**NEEN!**

Rugleuning duwt j<sup>ó</sup>ú voorwaarts!

PRECIES net zo:

vóélt níét: door aarde aangetrokken,

wél: stoel duwt omhóóg tegen bips!



*Volledig geblindeerd, ogen dicht, oren dicht, etc?*

# Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen.

Von A. Einstein.

## V. Relativitätsprinzip und Gravitation.

### § 17. Beschleunigtes Bezugssystem und Gravitationsfeld.

Wir haben daher bei dem gegenwärtigen Stande unserer Erfahrung keinen Anlaß zu der Annahme, daß sich die Systeme  $\Sigma_1$  und  $\Sigma_2$  in irgendeiner Beziehung voneinander unterscheiden, und wollen daher im folgenden die völlige physikalische Gleichwertigkeit von Gravitationsfeld und entsprechender Beschleunigung des Bezugssystems annehmen.

Diese Annahme erweitert das Prinzip der Relativität auf den Fall der gleichförmig beschleunigten Translationsbewegung des Bezugssystems. Der heuristische Wert der Annahme liegt darin, daß sie ein homogenes Gravitationsfeld durch ein gleichförmig beschleunigtes Bezugssystem zu ersetzen gestattet, welcher letzterer Fall bis zu einem gewissen Grade der theoretischen Behandlung zugänglich ist.

(...) *volledige natuurkundige  
gelijkwaardigheid van gravitatieveld  
en overeenkomstige versnelling* (...)

## Equivalentieprincipe:

*traagheid* (weerstand tegen bewegingsverandering)

& *zwaarte* (neiging tot continueren vrije val)

**zijn één en hetzelfde.**

Oorzaak kracht niet relevant,  
zij het lift- of raketmotor  
dan wel zwaartekracht!

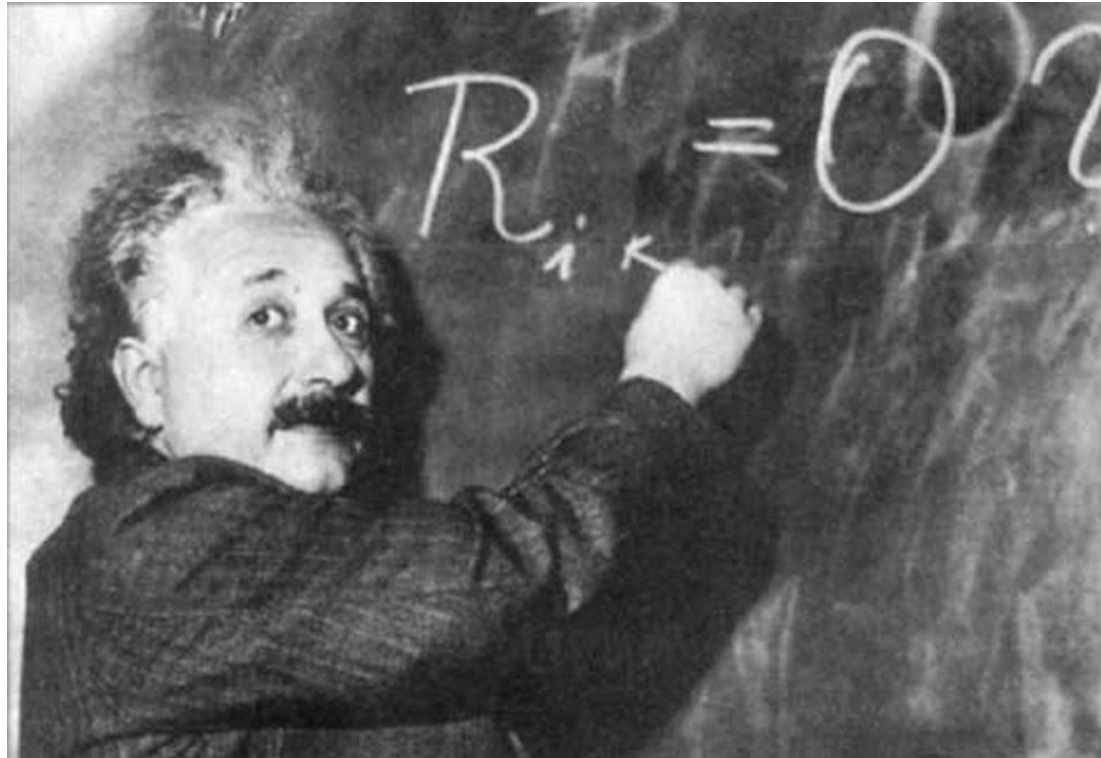
Jóúw éígen ervaring (toch?):  
zwaarder/lichter in lift.

# Einstein

## confronteerde

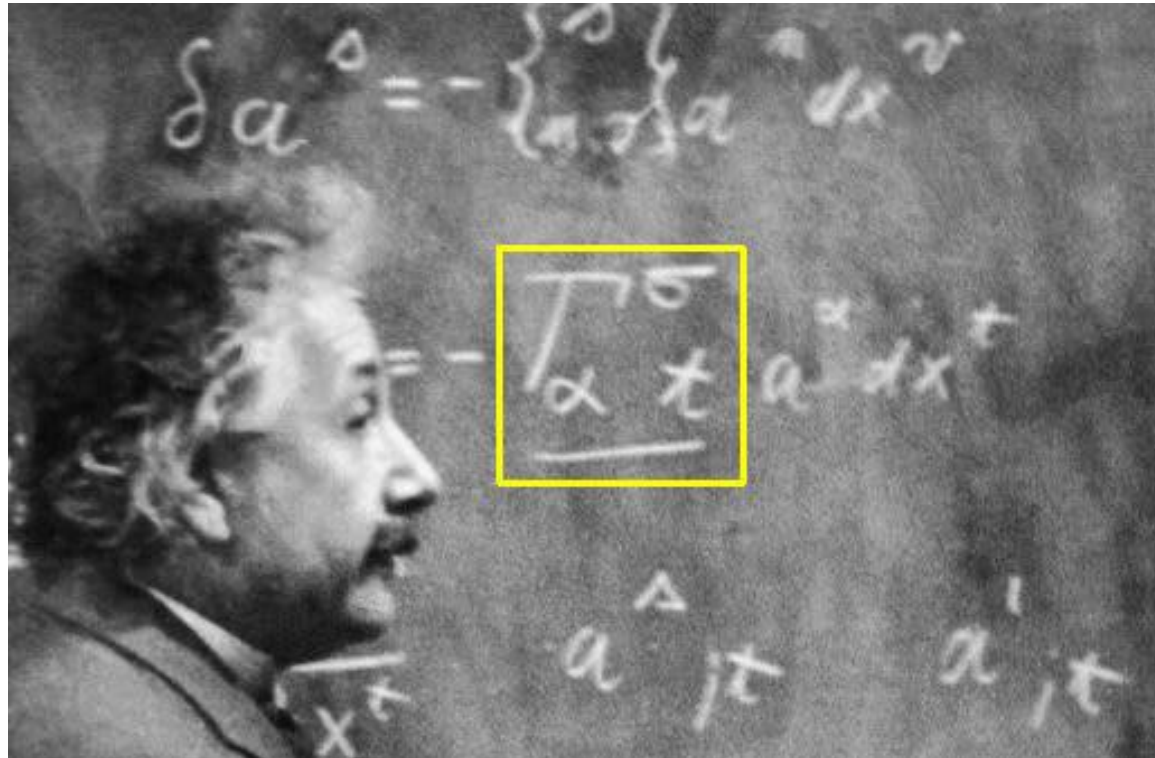
## de wereld met

## moeilijke wiskunde:



$$R_{ik} = \sum_{j=0}^3 \left( \frac{\partial \Gamma_{ij}^j}{\partial x^k} - \frac{\partial \Gamma_{ik}^j}{\partial x^j} + \sum_{m=0}^3 \left( \Gamma_{mk}^j \Gamma_{ij}^m - \Gamma_{mj}^j \Gamma_{ik}^m \right) \right)$$

uitwerken levert 16 stuks!



$$\Gamma_{\alpha t}^{\sigma} = \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^3 g^{\sigma\mu} \left( \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^t} + \frac{\partial g_{t\mu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha t}}{\partial x^{\mu}} \right)$$

uitwerken levert 64 stuks!



Per saldo:

behalve **extreme snelheid**

geeft **kracht per massa** óók

**tijddilatatie & lengtecontractie.**

Heet: *gravitationeel*

*omdat de zwaartekracht in het heelal nu eenmaal allesoverheersend is.*

Stel jij ondervindt kracht en ik niet:  
gravitationele tijdrek:  
jouw en mijn tijd niet scheef,  
maar jouw tijdlijn krom<sup>11</sup>!

Gravitationele *tijdrek* en *lengtecontractie* samen:

**Kromming ruimtetijd.**

---

<sup>11</sup> en wel zodanig dat hemelsbrede (tijd)afstand vergróót naarmate krommer!

Verdeling en beweging  
van massa en energie,  
alsmede druk en schuifspanning,  
bepalen vorm van ruimtetijd;  
vorm van ruimtetijd  
bepaalt hoe massa en energie  
zich bewegen en verdelen,  
en daarmee ook druk en schuifspanning.

## Voorbeeld:

zware vrachtauto drukt kuil in wegdek;  
lichte kar (met starre as) rijdt daar met alleen linkerviel  
doorheen: maakt automatisch bocht naar links;

kuil = kromming ruimtetijd  
veroorzaakt door vrachtauto;

bocht = richtingsverandering  
ondervonden door kar;

soortgelijk: maan om aarde, aarde om zon, etc.

bocht  $\neq$  kuil: omloopbaan  $\neq$  kromming ruimtetijd.

Gravitationeel/accelerationeel  
(algemene relativiteit):  
ásymmetrisch tussen jou en mij;  
ondervinden verschillende krachten.

Kinematisch<sup>12</sup>  
(speciale relativiteit):  
volkomen symmetrisch;  
ondervinden allebei geen enkele kracht.

---

<sup>12</sup> Grieks: κίνησις (*kinesis*) = beweging

# Symmetrie:

elkaar passerende waarnemers volkomen  
gelijkwaardig; **beiden hebben evenveel gelijk;**  
overeenkomstige ervaring vanuit éígen perspectief;

**jíj ziet míjn klok langzamer tikken;**  
**ík zie jóúw klok langzamer tikken;**

# Symmetrie:

elkaar passerende waarnemers volkomen  
gelijkwaardig; **beiden hebben evenveel gelijk;**  
overeenkomstige ervaring vanuit éígen perspectief;

**jíj ziet míjn klok langzamer tikken;**

**ík zie jóúw klok langzamer tikken;**

dus als we na een relativistische passage onze  
klokken weer naast elkaar zetten, dan, eh...?



# Tweelingparadox

géén falsificatie speciale relativiteit;

immers: géén krachten  $\Rightarrow$  constante snelheid

$\Rightarrow$  na passage niet omkeren  $\Rightarrow$  *toedeloos*

$\Rightarrow$  klokken *nóóit* meer bij elkaar;

*ergo: paradoxale situatie onmogelijk.*



## Edoch:

algemene relativiteit (ofwel de praktijk)

⇒ wél krachten (raketmotor)

⇒ wél omkeren;

indien krachten identiek dan wel degelijk  
samenkomst in symmetrisch scenario,

**dus tóch conflict!**

# Tweelingparadox

**nóóit deugdelijk verklaard;**

GPS en vele andere experimenten  
bevestigen echter tijddilatatie/tijdrek.

paradox = **schijnbare** tegenstrijdigheid;  
**móét** verklaarbaar zijn; *maar da's nog nooit gelukt;*

contradictie = *loeiharde* tegenspraak;  
**nooit** verklaarbaar; *inderdaad nog nooit gelukt.*

Natuurkundige paradox:

waargenomen

verschijnsel in **strijd** met

**JOUW** 

**bepaalde** kennis & inzicht.

## Paradox:

je **dénkt** dat 't **niet kan** terwijl  
je 't nota bene **zíét** gebeuren.

## Tweelingparadox:

*redenering met **onmogelijke**  
uitkomst die (uiteraard)  
**nooit is waargenomen.***

## Henkus Tancus Sapiens:

e.e.a. heeft alle schijn van:

foute premisse  $\Rightarrow$  **contradictie.**

Einsteins theorie is echter góéd;

**géén verzinsels;** deductie;

inductie uit ervaringsfeiten;

(éénzijdige) tijdrek *aangetoond.*

Mijnss inziens:

>100 jaar gedoceede  
en klakkeloos nagepapegaaide

**interpretatiefout.**

Er is dringend nood aan:  
tijddilatatiemisinterpretatiereparatie.

Lorentzcontra(di)ctie:

<http://henk-reints.nl/astro/HR-Lorentzcontractie-slides.pdf>

*(tip: rechtsklik en open in nieuwe tab)*

Resolution of the Twin Paradox:

<http://henk-reints.nl/astro/HR-Twin-Paradox.html>

*(tip: rechtsklik en open in nieuwe tab)*

All physical theories, their mathematical expression apart, ought to lend themselves to so simple a description that even a child could understand them.

Albert Einstein to Louis de Broglie at the Gare du Nord in Paris after visiting the Fresnel centenary celebrations in 1927.





Links: (tip: rechtsklik en open in nieuwe tab)

Lorentzcontra(di)ctie:

<http://henk-reints.nl/astro/HR-Lorentzcontractie-slides.pdf>

Resolution of the Twin Paradox:

<http://henk-reints.nl/astro/HR-Twin-Paradox.html>



Henk Reints

[Henk-Reints.nl](http://henk-reints.nl)