Zie ook de afbeeldingen achteraan in dit document.

Natuurlijke/natuurzuivere/wiskundige/perfecte/theoretische stemming:

ht = hele toon: $\frac{9}{8} = 1.125\,000\,000\,00$

kht = kleine hele toon: $\frac{10}{9} = 1.111\,111\,111\,11$

½ht = mathematische/theoretische halve toon: $\sqrt{9/8} = 1.060\,660\,171\,78$

d½ = diatonische halve toon (mi - fa, ti - do): $\frac{16}{15} = 1.066\,666\,666\,67$ $\gtrsim$ *½ht* *)

c½ = chromatische halve toon (♯ ♭) = *ht* - *d½*: $\frac{9/8}{16/15} = \frac{135}{128} = 1.054\,687\,500\,00$ $\lesssim$ *½ht* *)

k3 = kleine terts = *ht* + *d½*: $\frac{9}{8} \times \frac{16}{15} = \frac{6}{5} = 1.200\,000\,000\,00$

g3 = grote terts = *ht* + *kht*: $\frac{9}{8} \times \frac{10}{9} = \frac{5}{4} = 1.250\,000\,000\,00$

r4 = (reine) kwart = *g3* + *d½* (= *k3* + *kht*): $\frac{5}{4} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3} = 1.333\,333\,333\,33$

r5 = (reine) kwint = *g3* + *k3*: $\frac{5}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{3}{2} = 1.500\,000\,000\,00$

r8 = (rein) octaaf = *r5* + *r4*: $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{1} = 2.000\,000\,000\,00$

k6 = kleine sext = octaaf - *g3*: $\frac{2}{1}/\frac{5}{4} = 2 \times \frac{4}{5} = \frac{8}{5} = 1.600\,000\,000\,00$

g6 = grote sext = *r8* - *k3*: $\frac{2}{1}/\frac{6}{5} = 2 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{3} = 1.666\,666\,666\,67$

k7 = kleine septiem = *r8* - *ht*: $\frac{2}{1}/\frac{9}{8} = 2 \times \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.777\,777\,777\,78$

gk7 = grote kleine septiem = *r8* - *kht*: $\frac{2}{1}/\frac{10}{9} = 2 \times \frac{9}{10} = \frac{9}{5} = 1.800\,000\,000\,00$

g7 = grote septiem = *r8* - *d½* $\frac{2}{1}/\frac{16}{15} = 2 \times \frac{15}{16} = \frac{15}{8} = 1.875\,000\,000\,00$

*) De afwijking van *d½* en *c½* t.o.v. *½ht* is 0.5663%, *d½* : *c½* $= 2048/2025 \triangleq 1.1358\%$ en *ht* : *kht* $= 81/80 \triangleq 1.25\%$.
Door dat te verwaarlozen kunnen we het *octaaf* indelen in 12 gelijke halve tonen: de *twaalftoons gelijkzwevende stemming*.

Bovenstaande afko's heb ik zelf bedacht. Hieronder staan o.a. de Engelstalige equivalenten.

afko	naam	Engels			
c½	kruis/mol		sharp/flat	chromatic semitone	
d½	kleine secunde	m2	minor second	diatonic semitone	
	halve toon			semitone	
ht	grote secunde	M2	major second		
kht	kleine grote secunde		lesser major second		*(beslist géén kleine secunde maar een grote!)*
k3	kleine terts	m3	minor third		
g3	grote terts	M3	major third		
r4	reine kwart	P4	perfect fourth		
r5	reine kwint	P5	perfect fifth		
k6	kleine sext	m6	minor sixth		
g6	grote sext	M6	major sixth		
k7	kleine septiem	m7	minor seventh		
gk7	grote kleine septiem		?		
g7	grote septiem	M7	major seventh		
r8	rein octaaf	P8	perfect eighth, octave		

Rein, groot, klein, verminderd, overmatig

Sommige intervallen zijn *groot* of *klein* en andere zijn *rein*. De *kleine* en de *reine* kunnen met een *c½* worden verminderd en dat zijn dan de *verminderde* intervallen.

De *grote* en de *reine* kunnen met een *c½* worden vermeerderd en dat zijn dan de ~~vermeerderde~~ *overmatige* (tja...) intervallen. Er zijn dus twee mogelijkheden:

ofwel:	*verminderd*	-	*rein*			-	*overmatig*;
dan wel:	*verminderd*	-	*klein*	-	*groot*	-	*overmatig*.

Rein betekent dus: "niet *verminderd* of *overmatig* en ook niet *groot* of *klein*". Het betekent níét: "perfect zuiver klinkend" (lees dit nog maar eens, de eerste "niet" geeft aan wat het wél betekent, de laatste wat het níét betekent). Alleen de *priem*, de *kwart*, de *kwint* en het *octaaf* kunnen dus *rein* zijn. Laat ie fijn zijn... Er bestaat bijvoorbeeld géén *reine* terts of zo. Maar ook in de muziekwereld zijn er verschillende soorten mensen, waaronder helaas ook minder goede docenten alsmede slapende of domme studenten. Dan wordt het dus niet goed uitgelegd, of de student let niet goed op, of zhij begrijpt er geen sikkepit van. Daardoor wordt de term *rein* nogal eens foutief gebruikt.

Engels: *rein = perfect*, *groot = major*, *klein = minor*, *verminderd = diminished*, *overmatig = augmented*.

Ze worden afgekort zoals in onderstaand voorbeeld:

P5 (perfect fifth), **M3** (major third), **m3** (minor third), **D4** (diminished fourth), **A6** (augmented sixth).

Persoonlijk vind ik die **M** en **m** enigszins verwarrend. Ze schreeuwen om een vergissing. Voor mezelf gebruik ik liever de derde letter van *ma**j**or* of *mi**n**or*, dus de **J** of de **N**. Zou iedereen moeten doen.

<u>Twaalftoons gelijkzwevende stemming (vaak aangeduid als 12-TET = 12-Tone Equally Tempered):</u>

Een gelijkzwevende halve toon is $\frac{1}{12}$ octaaf: $\sqrt[12]{2} = 1.059\ 463\ 094\ 36 \quad \lesssim$ *½ht*

Bijvoorbeeld de *cis* en de *des* vallen nu samen. *Gelijkzwevend* betekent niet dat alle tonen even vals zijn, maar elk type interval is in elke toonsoort even vals. Het val(s)st zijn de *tertsen*. Alle *grote tertsen* zijn 0.7937% te groot en alle *kleine tertsen* zijn 0.8994% te klein. Dat is beslist minder dan de in 12-TET verwaarloosde verschillen *d½ - c½* en *ht - kht*. Maar het is daardoor niet ongehoord als 't oor van 't ontspoorde koor uit 't oord Noord-Goor 't voorts aan boord woord voor woord ongestoord bij elk verantwoord akkoord behoorlijk goed hoort, hoor!

Het aan elkaar gelijkstellen van equivalente tonen heet ***enharmoniseren*** (bijv. *fes* of *bis* vervangen door *e* resp. *c*).

Alles kleiner dan een *gelijkzwevende halve toon* heet ***microtonaal***. Een (in 12-TET verwaarloosd) microtonaal verschil tussen *enharmonisch gelijke* tonen heet een ***komma*** en dat komt van het Griekse *koptein = (af)hakken*. Zeg dus maar een muzikale splinter.

Het Groene Boekje (https://woordenlijst.org/#/?q=komma) geeft: *de/het komma (m/v/o)*. Bij mijn weten heet hij/zij/het in de muziek meestal <u>*het*</u> *komma*.

Een drietal belangrijke *komma*'s:

Diaschisma = *d½* - *c½*: $\frac{16}{15}/\frac{135}{128} = \frac{16\times128}{15\times135} = \mathbf{\frac{2048}{2025}} = 1.011\,358\,024\,69$ en $\sqrt{\mathbf{\frac{2048}{2025}}} = 1.005\,663$

Het van het Grieks afgeleide *diaschisma* betekent *doorscheuring*.
De *ht* wordt b.v. tussen *cis* en *des* (beide kleiner dan *½ht*) als het ware doorgescheurd.

Schisma: in een *kht* is er een nipte overlap van ♯ en ♭. Een "valse vouw". *Schisma* is Grieks voor *scheur* of *onenigheid*.

De waarde is *c½* - (*kht* - *c½*) = 2 × *c½* - *kht*: $\frac{135}{128}\times\frac{135}{128}/\frac{10}{9} = \frac{135\times135\times9}{128\times128\times10} = \mathbf{\frac{32805}{32768}} = 1.001\,129\,150\,39$

In een *ht* is het ♯ een *diaschisma* lager dan de overeenkomstige ♭ en in een *kht* is die juist een *schisma* hoger.
B.v. in *c*-groot is van *c* naar *d* een *hele toon* en dus is de *cis* een *diaschisma* lager dan de *des*,
maar van *d* naar *e* is een *kleine hele toon* en daardoor is de *dis* een *schisma* hoger dan de *es*.

Syntonisch of ***didymisch komma*** = *ht* - *kht*: $\frac{9}{8}/\frac{10}{9} = \frac{9\times9}{8\times10} = \mathbf{\frac{81}{80}} = 1.012\,500\,000\,00$ ≳ *diaschisma*

Syntonisch betekent dat *ht* en *kht* samen één toon zijn en het Griekse *didyma* betekent *tweeling*.
Het *syntonisch* of *didymisch komma* is precies gelijk aan een *diaschisma* plus een *schisma*:

$$\frac{16\times128}{15\times135}\times\frac{135\times135\times9}{128\times128\times10} = \frac{16}{15}\times\frac{135\times9}{128\times10} = \frac{16}{128}\times\frac{135}{15}\times\frac{9}{10} = \frac{1}{8}\times\frac{9}{1}\times\frac{9}{10} = \mathbf{\frac{81}{80}}$$

Alle drie zijn ze beslist hoorbaar (zelfs het erg kleine *schisma*) en ze leiden vooral tot zwevingen. Het zijn de belangrijkste intervallen om te intoneren (wat op veel instrumenten onmogelijk is omdat ze alleen 12-TET kunnen).

Vooral *grote tertsen* worden nogal eens te hoog geïntoneerd, namelijk als 2 × *ht* in plaats van *ht* + *kht*. Je zou dit laatste kunnen zie als de bestaansgrond van de *kleine hele toon*. Twee *hele tonen* zijn $\frac{9}{8}\times\frac{9}{8} = \frac{81}{64}$, maar een zuivere *grote terts* is $\frac{5}{4} = \frac{80}{64}$. Zie je het *didymisch komma*? Een *hele* plus een *kleine hele* is $\frac{9}{8}\times\frac{10}{9} = \frac{5}{4}$, bingo! *Grote tertsen* moet je dus een ietsie pietsie laag intoneren.

Deze drie komma's kunnen we gevoeglijk verwaarlozen en dat vangen we dan op door intonatie (mits het instrument dat mogelijk maakt). Hieraan hebben we de eenvoudige toonladder met alleen maar hele en halve tonen te danken.

Het *syntonisch* of *didymisch komma* kun je in de natuurzuivere stemming op de gekste plekken tegenkomen. Als een interval een *syntonisch* of *didymisch komma* te hoog of te laag uitkomt heet het *scherp* resp. *zwak*.

De afstand *so* - *la* is net als *re* - *mi* een *kleine hele toon*:

$$g6\text{ - }r5 = \frac{5}{3}\Big/\frac{3}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{10}{9}}.$$

Daarmee is *fa* - *so* - *la* precies netzo opgebouwd als *do* - *re* - *mi* en dan is van *re* naar *la* dus een *zwakke* kwint:

$$\frac{10}{9} \times \frac{16}{15} \times \frac{9}{8} \times \frac{10}{9} = \frac{200}{135} = \mathbf{\frac{40}{27}} = \mathbf{\frac{80}{81}} \times \mathbf{\frac{3}{2}}$$

In F is *g* - *d* dus een *zwakke kwint*, in C geldt dat voor *d* - *a* en in G voor *a* - *e*. Een perfect kwintenrein gestemde viool (*g* - *d'* - *a'* - *e''*) is dus toonsoortafhankelijk vals! Althans wat betreft de losse snaren.

Bij modulatie met een kwint omhoog maken we van de oude *so* een nieuwe *do*. De oude *la* wordt dan de nieuwe *re*, maar van *so* naar *la* is dus slechts een *kleine hele toon*, terwijl van *do* naar *re* een *hele toon* is. De nieuwe *re* moet dus met een *didymisch komma* omhoog worden gecorrigeerd. Uiteindelijk zal bij extreme modulatie de hele toonladder dus gaan driften. In de standaardstemming kalibreren we echter de *a'* op 440 Hz en in 12-TET verwaarlozen we alle komma's volledig.

We gaan even op de reeds genoemde perfect kwintenrein gestemde viool van de losse *g* naar de *g''* op de *e*-snaar. Dat is 3 *kwinten* plus een *kleine terts*:

$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{6}{5} = \frac{27}{8} \times \frac{6}{5} = \frac{27}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{81}{20}$. Maar van *g* naar *g''* is toch 2 *octaven*? Dat is toch $4 = \frac{80}{20}$? Jawel, het scheelt precies een *didymisch komma*! De perfect gestemde viool is vals! In G moet *a* - *e* een zwakke kwint zijn. Maar ga nu alsjeblieft níét je viool anders stemmen!

Chromatisch/diatonisch

Als we een *kwint* omhoog moduleren beginnen we de nieuwe toonladder met de oude *so*, en dan moet de oude *fa* de nieuwe *ti* worden. Hij komt echter te laag terecht. De *fa* ligt slechts een *d½* boven zijn voorganger, maar voor de *ti* is dat een *ht*. Nu is *d½* + *c½* = *ht*, dus hij moet worden opgekrikt met een *c½* = ♯.

Soortgelijk ontstaat bij omlaag moduleren een ♭, omdat in dat geval de oude *ti* als nieuwe *fa* te hoog uitkomt.

Het toekennen van een ♯ of ♭ noem ik *repareren* en dat is in deze context dus beslist niet hetzelfde als *herstellen*... Zelfs het tegenovergestelde! Een *fis* is een gerepareerde nieuwe *ti* en een *bes* is een gerepareerde nieuwe *fa*. Een *f* is een herstelde *fis* en een *b* is een herstelde *bes*.

Zo'n reparatie is als het ware een *verkleuring* van de oorspronkelijke toon. Daarom heten ♯ en ♭ *chromatische* halve tonen. Het Griekse *chroma* betekent *kleur*.

Diatonisch betekent *doorheen de tonen*. Je gaat dan dus in (op?) de toonladder van de ene toon naar de andere. De *d½* is dus van *mi* naar *fa* of van *ti* naar *do*.

Op een *diatonisch* instrument (b.v. een simpele trekharmonica) zitten geen *chromatische* halve tonen, dus dan kun je in slechts één toonsoort spelen. Vaak hebben trekharmonica's twee of soms zelfs drie toetsenrijen, waardoor er beperkt kan worden gemoduleerd.

Wisseltonigheid

Diatonisch heeft helemaal niets te maken met het feit dat trekken en duwen (of blazen en zuigen bij een mondharmonica) op sommige instrumenten verschillende tonen produceren. Dat heet *wisseltonigheid* of *bisonoriteit*. Trek- en mondharmonica zijn *bisonoor*, een gewoon accordeon is *unisonoor*. Ook een viool is *unisonoor*, opstreek en afstreek geven immers dezelfde toon. De meeste blaasinstrumenten geven overigens niks fatsoenlijks als je eraan zuigt. Misschien een puntje...

Kwintenrein/octavenrein

Reine kwinten en *octaven* passen niet precies in elkaar. Dat komt doordat *octaven* een factor 2 zijn, terwijl *kwinten* met hun $3/2$ een factor 3 in de teller hebben. Nu zijn 2 en 3 allebei priemgetallen, zodat 3^m en 2^n (met m en n geheel) altijd *relatief priem* zijn (geen gemeenschappelijk delers), waardoor ze nooit een vereenvoudigbare breuk opleveren.

Dat leidt bijvoorbeeld tot het volgende. Op de piano kunnen we van de *'A* helemaal links naar de *c'''''* helemaal rechts. Vanaf de *'C* (3^e^ witte van links) is dat 7 octaven. We kunnen ook 12 reine kwinten stemmen vanaf de *'C* en dan komen we uit op de *bis''''*. Dat is dezelfde toets als de *c''''*, edoch een factor $\frac{(3/2)^{12}}{2^7} = \frac{3^{12}}{2^{19}} = \mathbf{\frac{531441}{524288}} = 1.01364326477$ hoger. Die toets kan echter als slechts één van de twee worden gestemd. Spelen we nu de kwintenreine *eis''''* samen met een octavenreine *c''''* als ware dat deze *bis''''*, dan huilt dat als een wolf. Het is een *wolfskwint*. Die is een *Pythagoreïsch komma* te klein. Wat is dát nu weer?

Pythagoreïsche stemming

Pythagoras, jawel, die van de welbekende stelling die blijkens kleitablet Plimpton 322 (https://nl.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322) al duizend jaar voor Pythagoras bekend was bij de Soemeriërs/Babyloniërs, ontdekte dat snaren met lengteverhoudingen van $2:1$, $3:2$ of $4:3$ mooi samenklinken. Het zijn natuurlijk het *octaaf*, de *kwint* en de *kwart*. Ook vond hij het verschil tussen de *kwint* en de *kwart*: $\frac{3}{2}/\frac{4}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{9}{8}}$. De *hele toon* dus. Hiermee vulde hij de *kwint* en de *kwart* verder op, maar in beide "helften" van het *octaaf* hield hij toen wat ruimte over. Dat zijn uiteraard de twee *halve tonen* die in de toonladder zitten, en wel *Pythagoreïsche diatonische halve tonen*.

Hij gebruikte uitsluitend de gewone *hele toon* van $\frac{9}{8}$, waardoor de *Pythagoreïsche grote terts* dus een *didymisch komma* te groot is en de *Pythagoreïsche kleine terts* een *didymisch komma* te klein. Het zijn dus een *scherpe grote terts* van $\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} = \mathbf{\frac{81}{64}}$ en een *zwakke kleine terts* van $\frac{4}{3} / \frac{9}{8} = \frac{4}{3} \times \frac{8}{9} = \mathbf{\frac{32}{27}}$.

Hierdoor is de *Pythagoreïsche diatonische halve toon* natuurlijk een *didymisch komma* kleiner dan de natuurzuivere *d½*. Hij heet een *limma*. Dat is Grieks voor *rest*. Hij hield immers wat ruimte over.

Het *limma* is $\frac{4}{3} / \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{4}{3} \times \frac{8\times8}{9\times9} = \mathbf{\frac{256}{243}}$.

Verhoogd met een *didymisch komma* wordt dat:

$$\frac{256}{243} \times \frac{81}{80} = \frac{256}{80} \times \frac{81}{243} = \frac{16}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{16}{15} = d½.$$

En dan hebben we natuurlijk ook nog de *Pythagoreïsche chromatische halve toon* en die heet *apotome*. Ook dat is weer Grieks en het betekent *wegsnijding*. Het is wat je van de *hele toon* wegsnijdt om het *limma* (= *rest*) over te houden. Uiteraard is het *apotome* dan een *didymisch komma* groter dan de natuurzuivere *c½*.

Het is: $\frac{135}{128} \times \frac{81}{80} = \frac{27\times81}{128\times16} = \mathbf{\frac{2187}{2048}}$.

Het *apotome* is daardoor dus ook ruim groter dan het *limma* en het verschil is een *Pythagoreïsch komma*. Dat is een *diaschisma* plus 2 *schisma*'s ofwel een *didymisch komma* plus 1 *schisma*.

Een en ander impliceert dat in de Pythagoreïsche stemming de *chromatische halve tonen* groter zijn dan de *diatonische* en dan is een ♭ dus altijd lager dan een ♯.

Maar de niet zo zieke antieke klassieke Grieken hadden technieken om met hun muzieken ook in kritieke akoestieken te pieken. Ze hadden vast en zeker ook een goed gehoor en het ligt voor de hand dat ze uiteraard natuurlijk ongetwijfeld vanzelfsprekend allicht logischerwijs heus wel natuurzuiver intoneerden.

<u>Nog een paar termen</u>

De natuurzuivere chromatische halve toon *c½* heet ook wel *klein limma*. Die term is bedacht door Friedrich Wilhelm Marpurg, maar die wist kennelijk niet goed waar hij mee bezig was. Het *klein limma* is namelijk reuzeklein, want het is een *schisma* <u>groter</u> dan het *limma*:

$$\frac{135}{128} / \frac{256}{243} = \frac{135}{128} \times \frac{243}{256} = \frac{32805}{32768}.$$

Verder heet de *c½* ook wel *groot chroma*.

Didymisch komma

Van *b* naar *c'* is een *d½* en van *b* naar *bis* is een *c½*, nietwaar? En het *diaschisma* is *d½* - *c½*, dus een *bis* is een *diaschisma* láger dan een *c'*.

Maar zojuist bij de *wolfskwint* was de *bis''''* een *Pythagoreïsch komma* hóger dan de *c''''*. Huh? Wat? Twee *bis*sen? Jawel. *Bis* betekent immers: *Nog een keer!*

Ik noem ze *bis*$_1$ en *bis*$_3$. Waarom *bis*$_3$? Geduld is een schone zaak... Maar hij is omlaag ge-octaveerd tot normale proporties, d.w.z. zo dicht mogelijk bij de *c'*, dus een "gewone" *bis*.

Van *c'* naar *bis*$_3$ is dus een *Pythagoreïsch komma* en dat is een *schisma* plus een *didymisch komma*. En van *bis*$_1$ naar *c'* is zoals gezegd een *diaschisma*.

Dus: de *bis*$_1$ is $\frac{2025}{2048} \times c'$ en de *bis*$_3$ is $\frac{32805}{32768} \times \frac{81}{80} \times c'$.

En omdat een *diaschisma* plus een *schisma* een *didymisch komma* is, is het van *bis*$_1$ naar *bis*$_3$ twee *didymische komma*'s:

bis$_3$ = *c'* plus *Pythag. komma* (= *schisma* plus *did. komma*)
? = *c'* plus *schisma*
c' (*schisma* plus *diaschisma* = *did. komma*)
bis$_1$ = *c'* minus *diaschisma*

Daar zou mooi een *bis*$_2$ in passen! Laten we eens drie *grote tertsen* omhoog gaan vanaf de *c*, dus dat wordt *c* - *e* - *gis* - *bis*: $\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \mathbf{\frac{125}{64}}$. Een octaaf is natuurlijk $\frac{2}{1} = \mathbf{\frac{128}{64}}$ en daarmee hebben we een nieuw microtonaal interval te pakken van $\mathbf{\frac{128}{125}}$. Het heet een *diesis* of *diëze*. *Diesis* (klemtoon op *di* en de *e* apart uitspreken) is Grieks voor *afscheiding*.

Deze *bis* is dus $\frac{125}{128} \times c'$. En de *bis*$_1$ was $\frac{2025}{2048} \times c'$.

Het verschil is: $\frac{125}{128} / \frac{2025}{2048} = \frac{128}{125} \times \frac{2025}{2048} = \mathbf{\frac{80}{81}}$.

Hij is dus een *didymisch komma* lager dan de *bis*$_1$. Laten we hem dan maar *bis*$_0$ noemen. Maar je had natuurlijk gerekend op de *bis*$_2$, nietwaar?

Wel, als we herhaald een *kwint* omhoog moduleren moeten we telkens de nieuwe *re* met een *didymisch komma* opkrikken, dat was al uitgelegd. Bij het 3^e kruis belanden we in A en dan is *b* de nieuwe *re*, die dus een *didymisch komma* voor z'n kiezen krijgt. Zodra we vervolgens in *cis*-groot terecht komen wordt de *b* de nieuwe *ti* en dat vereist reparatie, waardoor hij een *bis* wordt. En hij had dus al een *didymisch komma* te pakken.

Daarmee is het 7^e kruis dus de *bis*$_2$, een *did. komma* boven de *bis*$_1$, ofwel een *schisma* boven de *c'*. De *bis*$_1$ bestaat dus eigenlijk alleen als je het eerdergenoemde driften van de toonladder verdonkeremaant. En dat doen we. We fixeren immers de *a'* (meestal op 440 Hz) en dus we spelen normaal gesproken wel degelijk de bis_1. En in 12-TET spelen we gewoon een *c'*.

Het rijtje *bis*sen is nu "vol" en ze verschillen allemaal telkens een *didymisch komma*:

bis_3 = *c'* plus *Pythag. komma* (= *schisma* plus *did. komma*)
bis_2 = *c'* plus *schisma*
c' (*schisma* plus *diaschisma* = *did. komma*)
bis_1 = *c'* minus *diaschisma*
bis_0 = *c'* minus *diesis* (= *diaschisma* plus *did. komma*)

bis_3:	12 kwinten op de *c* en dan 6 *octaven* omlaag; maar ook:	*c* + 6 *ht* + 0 *kht*
bis_2:	natuurzuivere *bis* als 7[e] kruis:	*c* + 5 *ht* + 1 *kht*
c':	gelijkzwevende *bis*	
bis_1:	*b* + *c*½ = chromatisch verhoogde *b*, met een gefixeerde *a*' is dit de "gewone" *bis*; ook is hij:	*c* + 4 *ht* + 2 *kht*
bis_0:	3 *grote tertsen* op de *c*, of:	*c* + 3 *ht* + 3 *kht*

(Violisten: met welke vinger speel jij een *bis*?)

Natuurzuiver:

do	$\frac{9}{8}$	re	$\frac{10}{9}$	mi	$\frac{16}{15}$	fa	$\frac{9}{8}$	so	$\frac{10}{9}$	la	$\frac{9}{8}$	ti	$\frac{16}{15}$	do'
do		$\frac{9}{8}\times\frac{10}{9}$		$\times$	$\frac{16}{15}$	$\times$	$\frac{9}{8}$	$\times\frac{10}{9}$	$=\frac{5}{3}$	la	$\frac{9}{8}\times$	$\frac{16}{15}$	$=\frac{6}{5}$	do'
do		$\frac{9}{8}\times\frac{10}{9}$	$=\frac{5}{4}$	mi	$\frac{16}{15}\times\frac{9}{8}$		$=\frac{6}{5}$	so	$\frac{10}{9}$	$\times$	$\frac{6}{5}$		$=\frac{4}{3}$	do'
do		$\frac{5}{4}$		mi			$\frac{6}{5}$		$\times$		$\frac{4}{3}$		$=\frac{8}{5}$	do'
do		$\frac{5}{4}$	$\times\frac{16}{15}$		$=\frac{4}{3}$	fa	$\frac{9}{8}$	so			$\frac{4}{3}$			do'
do			$\frac{4}{3}$			fa					$\frac{9}{8}\times\frac{4}{3}$	$=\frac{3}{2}$		do'
do		$\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}$		$=$	$\frac{4}{3}\times\frac{9}{8}$	$=\frac{3}{2}$		so			$\frac{4}{3}$			do'
do						$\frac{3}{2}$		$\times$			$\frac{4}{3}$		$=\frac{2}{1}$	do'

Pythagoreïsch:

do				$\frac{3}{2}$				so			$\frac{4}{3}$			do'
do			$\frac{4}{3}$			fa				$\frac{3}{2}$				do'
do			$\frac{4}{3}$			fa	$\frac{9}{8}$	so			$\frac{4}{3}$			do'
do	$\frac{9}{8}$	re	$\frac{9}{8}$	mi	$\frac{256}{243}$	fa	$\frac{9}{8}$	so	$\frac{9}{8}$	la	$\frac{9}{8}$	ti	$\frac{256}{243}$	do'
do		$\frac{81}{64}$		mi		$\frac{32}{27}$		so			$\frac{4}{3}$			do'

Bij Pythagoras zijn *mi*, *la* en *ti* een *didymisch komma* te hoog. De *grote terts*, *sext* en *septiem* zijn *scherp*, d.w.z. een *didymisch komma* te groot en de *kleine* zijn *zwak*, oftewel zoveel te klein.

Overigens centreerde hij zijn toonladder rondom de *la*, die hij *mesos* noemde. Dat is Grieks voor *middelste*. En hij ging van hoog naar laag, dus:

mi (1) ***re*** (1) ***do*** (½) ***ti*** (1) ***la*** (1) ***so*** (1) ***fa*** (½) ***mi***

Dit zijn twee identieke helften (*mi-re-do-ti* en *la-so-fa-mi*), gescheiden door een hele toon. Mooie symmetrie, vond Pythje. Vandaag de dag noemen we dit de *frygische modus*.

Natuurzuivere stemming (heet ook wel *syntonisch diatonisch*)

volgens Claudius Ptolemeus (A.D. ≈100 - ≈170), Gioseffo Zarlino (1517 - 1590), & Henk Reints (1957 -):

Interval	Berekening		Verhouding
rein octaaf			2 : 1
grote septiem	octaaf minus kleine secunde	$2 : \frac{16}{15} = 2 \times \frac{15}{16}$	15 : 8
grote kleine septiem	octaaf minus kleine grote secunde	$2 : \frac{10}{9} = 2 \times \frac{9}{10}$	9 : 5
kleine septiem	octaaf minus grote secunde	$2 : \frac{9}{8} = 2 \times \frac{8}{9}$	16 : 9
grote sext	octaaf minus kleine terts	$2 : \frac{6}{5} = 2 \times \frac{5}{6}$	5 : 3
kleine sext	octaaf minus grote terts	$2 : \frac{5}{4} = 2 \times \frac{4}{5}$	8 : 5
reine kwint			3 : 2
reine kwart			4 : 3
grote terts			5 : 4
kleine terts			6 : 5
grote secunde = hele toon	kwint minus kwart	$\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$	9 : 8
kleine grote secunde = kleine hele toon	grote terts minus grote secunde	$\frac{5}{4} : \frac{9}{8} = \frac{5}{4} \times \frac{8}{9}$	10 : 9
kleine secunde	kwart minus grote terts	$\frac{4}{3} : \frac{5}{4} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{5}$	16 : 15
reine priem			1 : 1

\\ naar: van: \\	**re** secunde	**mi** terts	**fa** kwart	**so** kwint	**la** sext	**ti** septiem	**do'** octaaf
do	**9:8** hele toon	**5:4** gr. terts	**4:3** reine kwart	**3:2** reine kwint	**5:3** gr. sext	**15:8** gr. sept.	**2:1** octaaf
re	**1:1** priem	**10:9** kl. hele toon	**32:27** Pyth. kl. terts	**4:3** reine kwart	**40:27** zwakke kwint	**5:3** gr. sext	**16:9** kl. sept.
mi	**9:5** gr. kl. sept.	**1:1** priem	**16:15** diat. ½ toon	**6:5** kl. terts	**4:3** reine kwart	**3:2** reine kwint	**8:5** kl. sext
fa	**27:16** Pyth. gr. sext	**15:8** gr. sept.	**1:1** priem	**9:8** hele toon	**5:4** gr. terts	**45:32** overm. kwart	**3:2** reine kwint
so	**3:2** reine kwint	**5:3** gr. sext	**16:9** kl. sept.	**1:1** priem	**10:9** kl. hele toon	**5:4** gr. terts	**4:3** reine kwart
la	**27:20** scherpe kwart	**3:2** reine kwint	**8:5** kl. sext	**9:5** gr. kl. sept.	**1:1** priem	**9:8** hele toon	**6:5** kl. terts
ti	**6:5** kl. terts	**4:3** reine kwart	**64:45** verm. kwint	**8:5** kl. sext	**16:9** kl. sept.	**1:1** priem	**16:15** diat. ½ toon
	volkomen consonant		*onvolkomen consonant*		*overige kleurcombinaties:* DISSONANT		

N.B. de linksonderwaardes gelden voor een sprong naar het volgende octaaf, dus b.v. van *so* omhoog naar *re'* is 3:2.

Zwak of *Pythagoreïsch klein* is een *didymisch komma* te laag;
Scherp of *Pythagoreïsch groot* is een *didymisch komma* te hoog.

De *reine* intervallen heten *volkomen consonant*, de *tertsen* en *sexten* heten *onvolkomen consonant* en alle andere heten *dissonant*. *Dissonant* is níét *vals*. *Vals* is een verbastering van het Italiaanse *falsa = fout, verkeerd*. Alle tonen of intervallen kun je *vals* oftewel verkeerd spelen, maar dan ben je een uilskuiken. *Zuiver* is in dezen een synoniem van *goed*.

We kijken ook even naar de *kleinetערts*toonladder.

Ja, nu moet je *kleine terts* ineens aan elkaar schrijven, net als de bruine bonen in bruinebonensoep.

En jawel, het *didymisch komma* komt wederom ten tonele, en wel om de *reine kwart* ($\frac{4}{3}$)

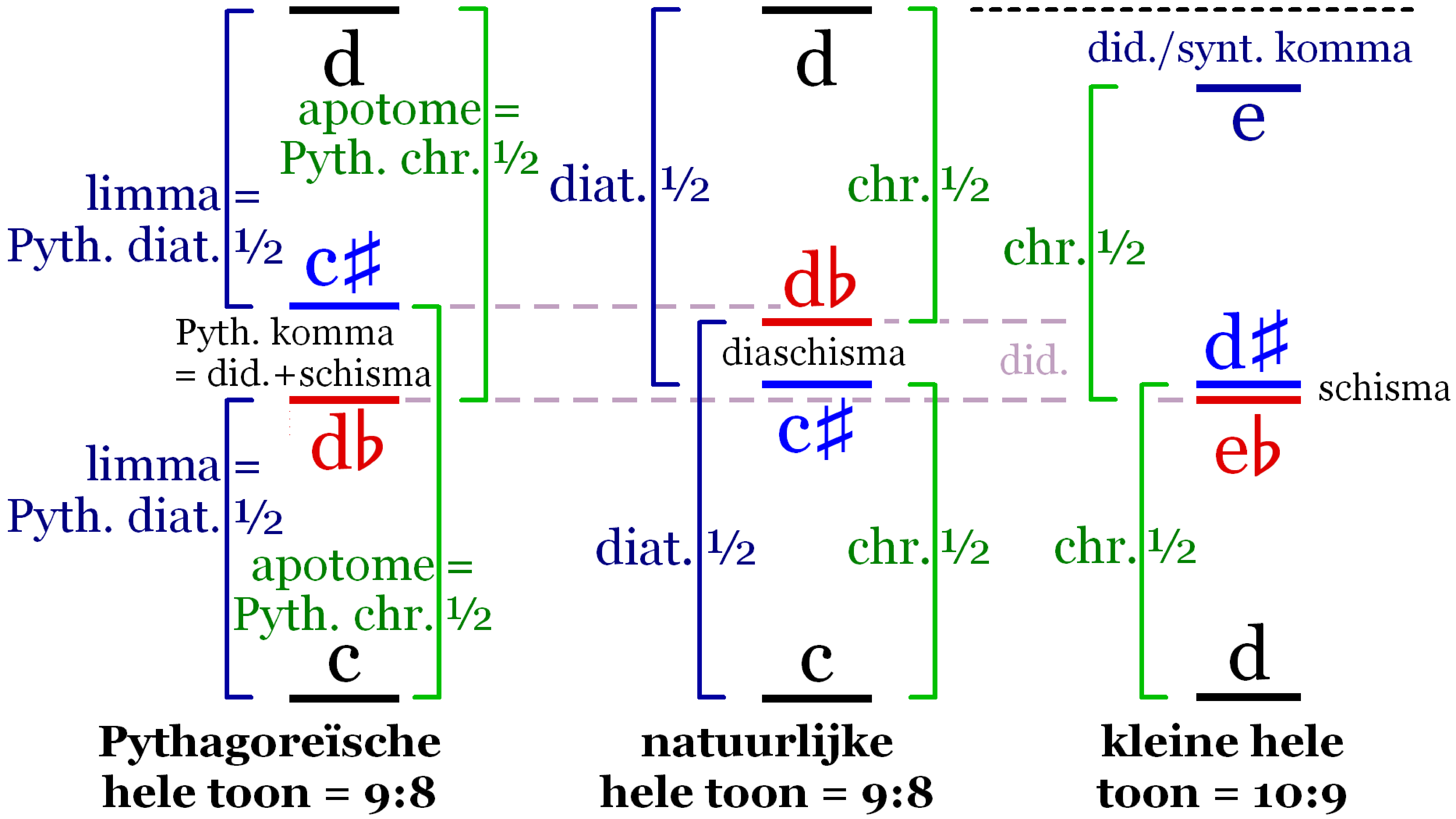
en de *kleine septiem* ($\frac{16}{9} = \mathit{octaaf}$ minus *grote secunde*) weer in orde te krijgen.

Majeur bevat een *zwakke kwint* (*re* - *la*) en een *overmatige kwart* (*fa* - *ti*),
mineur bevat een *zwakke kwint* (*do* - *so*) en een *verminderde kwint* (*ti* - *fa*).

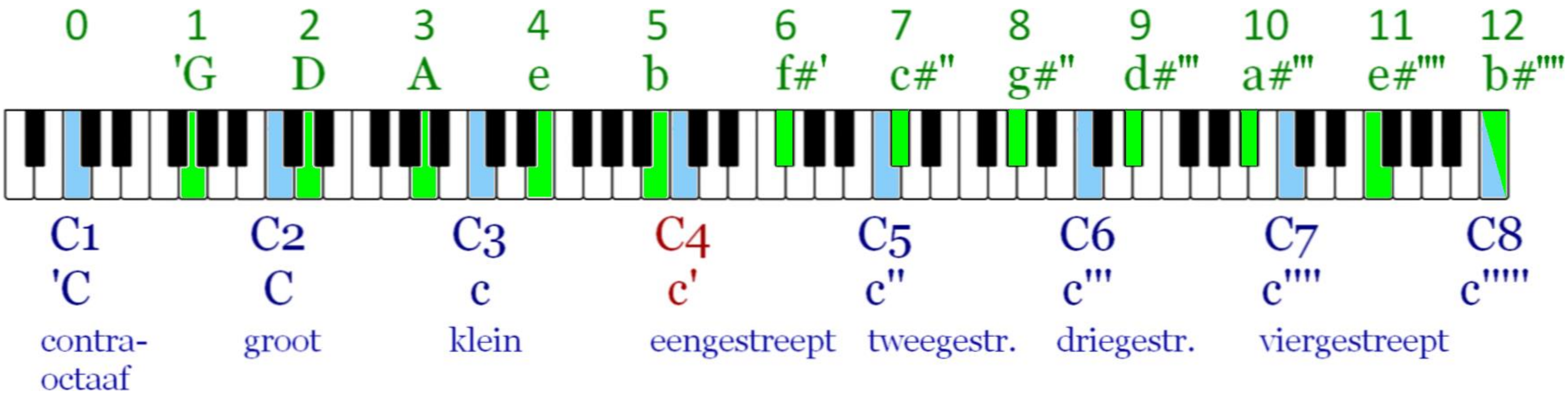
Maj:					**do**	$\frac{9}{8}$	**re**	$\frac{10}{9}$	**mi**	$\frac{16}{15}$	**fa**	$\frac{9}{8}$	**so**	$\frac{10}{9}$	**la**	$\frac{9}{8}$	**ti**	$\frac{16}{15}$	**do**
Min:	**la**	$\frac{9}{8}$	**ti**	$\frac{16}{15}$	**do**	$\frac{10}{9}$	**re**	$\frac{9}{8}$	**mi**	$\frac{16}{15}$	**fa**	$\frac{10}{9}$	**so**	$\frac{9}{8}$	**la**				
	la	$\frac{9}{8} \times \frac{16}{15} \times \frac{10}{9} = \mathbf{\frac{4}{3}}$					**re**												
	la	$\frac{4}{3} \times \frac{9}{8} = \mathbf{\frac{3}{2}}$							**mi**										
	la	$\frac{3}{2} \times \frac{16}{15} = \mathbf{\frac{8}{5}}$									**fa**								
	la	$\frac{8}{5} \times \frac{10}{9} = \mathbf{\frac{16}{9}}$											**so**						

Houd maar gewoon nooit bewust rekening met het *syntonisch* of *didymisch komma*. Gebruik (en train) je gehoor en intoneer!

Een goed muzikant speelt met zijn oren. Zie je 't voor je?


d
apotome =
Pyth. chr. ½
limma =
Pyth. diat. ½
c♯
Pyth. komma
= did.+schisma
d♭
limma =
Pyth. diat. ½
apotome =
Pyth. chr. ½
c
Pythagoreïsche
hele toon = 9:8
d
diat. ½
chr. ½
d♭
diaschisma
c♯
diat. ½
chr. ½
c
natuurlijke
hele toon = 9:8
did./synt. komma
e
chr. ½
did.
d♯
schisma
e♭
chr. ½
d
kleine hele
toon = 10:9

Twaalf *kwinten* of zeven *octaven* omhoog:



De *wolfskwint* krijgen we bijvoorbeeld als we de kwintenrein gestemde *e♯''''* samen met de als octavenreine *c'''''* gestemde *b♯''''* spelen. Overigens is *e♯* - *c* natuurlijk een *verminderde sext*.

Zie je nu ook waar de volgorde van de kruisen vandaan komt?

En ga je vanaf de *c* in *kwint*en omlaag (of in *kwart*en omhoog), dan krijg je: *f, bes, es, as, des, ges, ces, fes*. Heb je in de gaten dat de mollen precies in de omgekeerde volgorde staan van de kruisen?

TIP: De (majeur) grondtoon ***do*** vinden we heel gemakkelijk:

het laatste kruis is altijd ***ti***, dus ***do*** is daar een *diatonische halve toon* boven;
de laatste mol is altijd ***fa*** en dan is de ***voorlaatste mol*** altijd ***do***
(en je moet doodgewoon in je kop timmeren dat F één mol heeft).

Violisten: