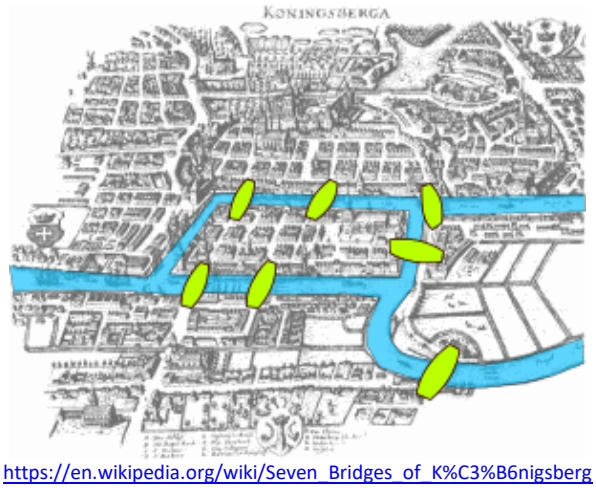
In Калининград (Kaliningrad, Königsberg, Koningsbergen) waren vroeger zeven bruggen en men vroeg zich af of een wandeling mogelijk was waarbij men elk van die zeven bruggen precies éénmaal passeerde.

http://www.willemcorsius.nl/_Expo04a.html




https://en.wikipedia.org/wiki/Seven_Bridges_of_K%C3%B6nigsberg

*Tsja, ik tel er acht. Kennelijk telt die kleine linksonder niet mee.*

*Leonhard Euler*

Het was Leonhard Euler (1707–1783; *de productiefste wiskundige aller tijden*) die heeft bewezen dat een dergelijke zevenbruggenwandeling aldaar per se onmogelijk is. Hij nam daarvoor niet de bruggen zelf in beschouwing, maar de plekken/gebieden die door die bruggen werden verbonden en die noemen we vandaag de dag *knooppunten*. De wandeling gaat dan van *knooppunt* naar *knooppunt*, *hoewel ik nog nooit een wandeling heb zien gaan. Wel wandelaars.* Kuieranus? En i.p.v. *wandelen* is élke verplaatsingsvorm geschikt, maar ik blijf het *wandelen* noemen en i.p.v. bruggen mogen het ook andere *knooppunt*verbindingen zijn.

Laten we er zelf eens over nadenken en helaas voor jou, dat zul je voor lief moeten nemen want ik ben jou d'r eentje, vond ik het, opdat gij het allemaal goed begrijpe, noodzakelijk om af en toe om der wille van de expliciteit en de eenduidigheid vrij lange zinnen te formuleren waarin alle aspecten zonder enige dubbelzinnige ambiguïteit die voor meerderlei uitleg vatbaar is worden uiteengezet en die je wellicht enkele malen zult moeten lezen om ze in al hun relevante details te doorgronden zonder dat er ook maar enige twijfel resteert, want ik streef ernaar om met zielstrelende taal bij jou, in jóúw onvolprezen brein van ongekende kwaliteit, alle eventuele onduidelijkheden te doen verdwijnen als sneeuw voor de zon zodat het allemaal in hooguit enkele oogopslagen volkomen duidelijk zij en ook acceptere gij dat ik af en toe wel eens wat oubollige termen en andere moeilijke woorden hanteer zoals bijvoorbeeld *viaduct* omdat ik dan van mening ben dat dat het een en ander verduidelijke en het moge duidelijk zijn dat ik ook de aanvoegende wijs beslist niet verafschuw, hopende dat gij dat begrijpe, zodat we het hierover samen eens worden (en ook dat zij aanvoegende wijs) en anders zoeke gij het maar uit, hoor.

**Begripsdefinities:**

- *knooppunt* ≔ plek waar één of meer *straten* samenkomen;
  - *even knooppunt* ≔ *knooppunt* waarop een *even* aantal *straten* uitkomt;
  - *oneven knooppunt* ≔ *knooppunt* waarop een *oneven* aantal *straten* uitkomt;
  - *pariteit* ≔ geeft aan of een *knooppunt even* of *oneven* is;
  - *startpunt* ≔ synoniem voor *startknooppunt*, punt waar een wandeling start;
  - *eindpunt* ≔ synoniem voor *eindknooppunt*, punt waar een wandeling eindigt;
  - *tussenpunt* ≔ punt midden in een straat, tussen twee *knooppunten*;
  - *eiland* ≔ plek waar nul *straten* samenkomen;
    telt pas als *knooppunt* wanneer het met minstens
    één *straat* is verbonden met een *netwerk*;
- *straat* ≔ verbinding tussen twee *knooppunten*;
  - *lusstraat* ≔ een *straat* die een *knooppunt* met zichzelf verbindt;

 Copyright © 2025, Henk Reints, MSc. 

- *netwerk* ≔ een verzameling *knooppunten* en *straten* waarbij élk *knooppunt* op minstens één manier via één of meer *straten* en eventuele andere *knooppunten* vanuit íéder *knooppunt* bereikbaar is;
  - *even netwerk* ≔ *netwerk* met uitsluitend *even knooppunten* (níét per se een *even* áántal *knooppunten*);
  - *oneven netwerk* ≔ *netwerk* met minstens één *oneven knooppunt* (níét per se een *oneven* áántal *knooppunten*);
  - *bewandelbaar netwerk* ≔ *netwerk* waarin minstens één *elkestraatéénkeerwandeling* mogelijk is.
  - $n$–*netwerk* ≔ *netwerk* met in totaal $n$ *knooppunten* waarbij $n \in \mathbb{N}_0$; uiteraard zijn een 0–*netwerk* en een 1–*netwerk straat*loos en dus onbewandelbaar; bovendien kun je je afvragen of je een 0–*netwerk* überhaupt wel een *netwerk* kunt/mag/moet noemen, hoewel trivialiteiten in wiskundig opzicht geen enkel probleem zijn;
  - *basisnetwerk* ≔ het simpelste *even* dan wel *oneven* $(n \geq 2)$–*netwerk*.
- *gesloten wandeling* ≔ wandeling waarbij *start*- en *eindpunt* samenvallen, ofwel waarbij je weer thuis komt waar je bent vertrokken;
- *open wandeling* ≔ wandeling waarbij *start*- en *eindpunt* verschillen;

Een *netwerk* mag gerust driedimensionaal zijn. Een *straat* mag middels een viaduct (*dat had ik al aangekondigd*) helemaal over de rest van het *netwerk* heen en ze mag er ook via een tunnel onderdoor. We leggen nog de restrictie op dat de wandeling móét beginnen én eindigen in een of ander *knooppunt*.

Een *knooppunt* waar precies twee *straten* op uitkomen is meestal zinloos. De route van de kerk naar de molen begint in de Kerkstraat die voorbij een bepaald punt ineens Molenstraat heet, terwijl het verkeerstechnisch gezien gewoon één *straat* is die we simpelweg één andere naam kunnen geven.

> Juliet to Romeo: *'Tis but thy name that is my enemy; / Thou art thyself, though not a Montague, / What's a Montague? It is not hand nor foot, / Nor arm nor face, nor any other part / Belonging to a man. O be some other name! / **What's in a name?** That which we call a rose, / By any other name would smell as sweet.*
> — Shakespeare: Romeo & Juliet, Act II, Scene II, "Balkonscene" — Zo! Weer iets buiten de konttekst geleerd.

Als je per se tussen twee *knooppunten* wilt vertrekken (of aankomen) moet je aldaar toch een twee*stratig* (dus *even*) *knooppunt* definiëren als *startpunt*, dat dan automatisch ook het *eindpunt* is, want het is dus een *even startpunt*. Bevobbeld in de *straat* waar je woont pal voor je huis en dan beide *straat*helften als kordate separate *straten* laten baten (waar je maten je haten & in alle staten over je maten praten, de onverlaten).

**Geldige *netwerk*uitbreidingen.**

Er kunnen nieuwe *knooppunten* worden gecreëerd, in eerste instantie als *eilanden* , maar die ***moeten*** dan met een *straat* worden verbonden met een *netwerk* alvorens zelf een *knooppunt* te zijn. Zo'n nieuwe verbinding kan met een *even knooppunt* (dat dan *oneven* wordt), met een *oneven knooppunt* (dat dan *even* wordt) of met een *tussenpunt*, dat dan een nieuw *oneven knooppunt* wordt met drie *straten*. Ook het voormalige *eiland* wordt dan een *oneven knooppunt* en wel met één *straat* (loopdodende weg).

Verder kunnen ook nieuwe *straten* worden gecreëerd tussen twee reeds bestaande *knooppunten*, waarbij dan de *pariteit* van beide *knooppunten* omklapt tenzij de nieuwe *straat* een *lusstraat* is die dus met beide uiteinden één en hetzelfde *knooppunt* bereikt. Als we twee *oneven knooppunten* verbinden met een nieuwe *straat* worden het twee *even knooppunten*. Op die manier kunnen we dus de *oneven*heid van een *netwerk* reduceren als het minstens twee *oneven knooppunten* bevat.

Ook kan een nieuwe *straat* van een bestaand *knooppunt* naar een *tussenpunt* gaan, dat dan een nieuw *oneven knooppunt* wordt, terwijl dan van dat reeds bestaande *knooppunt* de *pariteit* omklapt.

Al met al kunnen dus op de volgende wijzen **nieuwe *straten*** worden gecreëerd:

1. tussen reeds bestaand *even knooppunt* en nieuw *eiland*; ⇒ reeds bestaand *even knooppunt* wordt dan *oneven* en *eiland* wordt een **nieuw** *oneven knooppunt*;
2. tussen reeds bestaand *oneven knooppunt* en nieuw *eiland*; ⇒ reeds bestaand *oneven knooppunt* wordt dan *even* en *eiland* wordt een **nieuw** *oneven knooppunt*;

 Copyright © 2025, Henk Reints, MSc. 

3. tussen reeds bestaand *knooppunt* en een *tussenpunt*; ⇒ *pariteit* van bestaand *knooppunt* klapt dan om en *tussenpunt* wordt een **nieuw** *oneven knooppunt*;
4. tussen een nieuw *eiland* en een *tussenpunt*; ⇒ *tussenpunt* en *eiland* worden dan **twee nieuwe** *oneven knooppunt*;
5. tussen twee bestaande *knooppunten*; ⇒ *pariteit* van beide knooppunten klapt dan om en er wordt **geen nieuw** *knooppunt* gecreëerd.

Als we uitsluitend *netwerk*uitbreidingen met precies **één nieuw *knooppunt*** in beschouwing nemen, doen 4. en 5. dus niet mee en dan tellen vanzelfsprekend alleen 1. t/m 3.

***Oneven startpunt*.**

Als we vertrekken in een *oneven knooppunt* beginnen we met *gaan* en de gekozen *straat* wordt dan verder ontoegankelijk, zoals in sommige videospellen de straat achter je gewoon helemaal verdwijnt. Het *oneven startpunt* heeft dan nog een *even* aantal *straten* beschikbaar. Afhankelijk van het totale aantal *straten* van het *startpunt* is het dus: *gaan*, [*komen*, *gaan*] (móét een *oneven* aantal acties zijn, want *oneven startpunt*). De blokhaken geven aan dat het meerdere keren voor kan komen totdat er geen toegankelijke *straten* meer zijn vanuit het *startpunt*. Zie je dat zowel de eerste als met name de laatste actie áltijd *gaan* zijn? **Een *oneven startpunt* kan nóóit tevens *eindpunt* zijn.** Je móét er weer weg. Je kunt per se níét thuiskomen waar je bent vertrokken! **Als een *netwerk* precies één *oneven knooppunt* heeft, dan móét dat het *oneven startpunt* zijn, want je kunt daar op een gegeven moment nooit meer terug komen.**

***Oneven eindpunt*.**

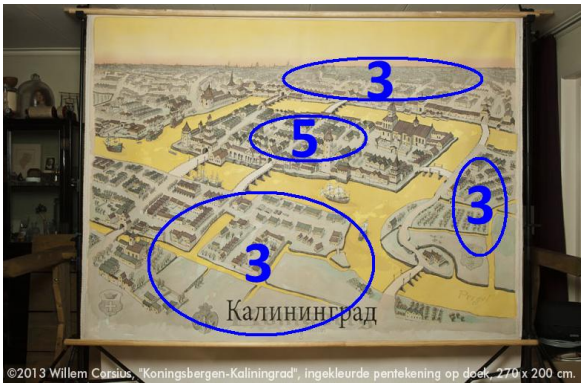
Heb je in de gaten dat iets dergelijks geldt voor een *oneven eindpunt*? In een *eindpunt* móét je eindigen met *komen*, toch? En dan redeneren we achteruit en vinden: [*komen*, *gaan*], *komen* (móét wederom een *oneven* aantal acties zijn). Zie je dat zowel de laatste als met name de eerste actie áltijd *komen* zijn? **Een *oneven eindpunt* kan nóóit tevens *startpunt* zijn.** Je kúnt er vóór de eerste actie (*komen*!) niet zijn wegge*gaan*. Je kunt per se níét zijn vertrokken vanuit het *knooppunt* waar je uiteindelijk arriveert! **Als een *netwerk* precies één *oneven knooppunt* heeft, dan móét dat het *oneven eindpunt* zijn omdat je daar uiteindelijk nooit meer weg kunt gaan.**

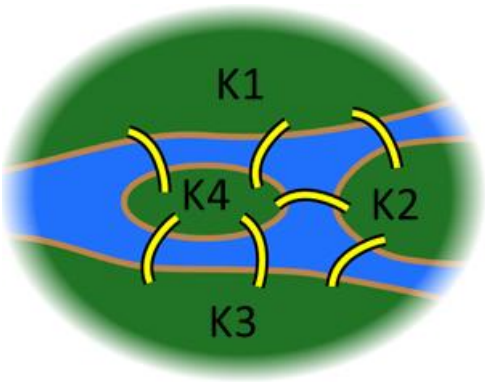
**En dát is een erstig contradictoir[1] conflict!** Nu moet dat éne *oneven knooppunt* immers zowel *oneven startpunt* als *oneven eindpunt* zijn. Maar een *oneven startpunt* kan nóóit het *eindpunt* zijn en een *oneven eindpunt* kan nóóit het *startpunt* zijn. Dit betekent dat **een *netwerk* met precies één *oneven knooppunt* nóóit een *bewandelbaar netwerk* kan zijn.** Ik *denk* overigens dat zo'n netwerk fundamenteel onmogelijk is, maar daar heb ik niet diep over nagedacht.

Als er drie of meer *oneven knooppunten* zijn hebben we ook een probleem. Een *oneven knooppunt* móét namelijk ofwel *startpunt* dan wel *eindpunt* zijn. Dat zijn er maar twee en wat moeten we dan met de derde en eventueel daaropvolgende? Derhalve kan **een *netwerk* met drie of meer *oneven knooppunten* ook nóóit *bewandelbaar zijn*.**

**Een *oneven netwerk* is alleen maar *bewandelbaar* als het precies twee *oneven knooppunten* heeft.**

Laat dát nou net precies & exact de manier zijn waarop Euler zijn bewijs had geleverd. In Koningsbergen waren namelijk **vier** *oneven knooppunten*:




[1] Bijvoeglijk naamwoorden die op -oir eindigen kunnen zowel met *waar* als *oor* worden uitgesproken; ik ben voor *oor*, hoor.

 Copyright © 2025, Henk Reints, MSc. 

***Even startpunt*.**
In een *startpunt* is de éérste beweging (of actie) uiteraard *gaan* en dan is het, afhankelijk van het aantal resterenden straten, een kwestie van *komen* & *gaan*, dus al met al: *gaan*, *komen*, [*gaan*, *komen*]. In een *even startpunt* móét dat in totaal een *even* aantal acties zijn, waarvan de láátste dan **DUS** *komen* is en dat betekent dat een *even startpunt* automatisch ook een *even eindpunt* is! Maar heb je dan álle *straten* bewandeld? Dat weten we nog niet.

***Even eindpunt*.**
Zie je dat hiervoor eigenlijk[2] precies dezelfde redenering geldt? Alleen is nu de láátste actie *komen* en de éérste **DUS** *gaan*, dat kán in een *even eindpunt* niet anders. Hieruit concluderen we dus onomstotelijk dat een *even eindpunt* automatisch ook een *even startpunt* is! Maar bewandel je dan álle *straten*?

**Alleen een *netwerk* met nul of twee *oneven knooppunten* zou een *bewandelbaar netwerk* kunnen zijn. We hebben echter nog helemaal niet bewezen dat dat dan ook altijd een *bewandelbaar netwerk* is.**
Wel weten we nu met absolute zekerheid dat in andere types *netwerken* een *elkestraatéénkeerwandeling* doodgewoon onmogelijk is.

In een *even netwerk* is het *even eindpunt* altijd gelijk aan het *even startpunt*, terwijl in een *oneven netwerk* het *onven eindpunt* nooit samenvalt met het *oneven startpunt*. **In een *even netwerk* zijn uitsluitend *gesloten wandelingen* mogelijk en in een *oneven netwerk* uitsluitend *open wandelingen*.**

Als er genoeg *oneven knooppunten* zijn, kan hun aantal worden gereduceerd door twee ervan onderling te verbinden met een nieuwe *straat* waardoor ze beide *even* worden. Een *oneven* aantal *oneven knooppunten* (*ik weet niet of een dergelijk netwerk überhaupt mogelijk is*) zal na maximale reductie één *oneven knooppunt* overhouden en zo'n *netwerk* kan dus nóóit door toevoeging van één of meer *straten* *bewandelbaar* worden gemaakt.

**Basisnetwerken.**
Een (het?) *oneven basisnetwerk* bestaat simpelweg uit twee (*oneven*) *knooppunten*, verbonden door slechts één *straat*. Een (het?) *even basisnetwerk* bestaat simpelweg uit twee (*even*) *knooppunten* die door twee *straten* met elkaar zijn verbonden.

**Het moge duidelijk zijn dat een $2$–*netwerk* met een willekeurig aantal *straten* (maar tenminste één) áltijd een *bewandelbaar even* dan wel *oneven netwerk* is.**

We gaan eens kijken of ik kan bewijzen dat in élk *bewandelbaar netwerk* een *elkestraatéénkeerwandeling* vanuit íéder willekeurig *startpunt* mogelijk is en als dat zo is noem ik het een *universeel netwerk*. En als het níét altijd *bewandelbaar* is moet ik natuurlijk criteria proberen te vinden op grond waarvan we tóch een of andere vorm van zekerheid kunnen vaststellen (en dat spreek jij waarschijnlijk uit als *vastellen* en sommige (oudere) mensen willen nog steeds in een *haasklus poszegels* op *kerskaarten vasplakken*, wat dan het *meesbesprokene* is).

Het simpelweg uitproberen van alle mogelijkheden in een willekeurig *netwerk* (b.v. m.b.v. een computerprogramma) zegt alleen maar iets over dat ene enkele uitgeprobeerde *netwerk*, maar levert per se géén universele zekerheid (behalve dan dat je die zekerheid dus ontbeert) over álle mogelijke *netwerken* van willekeurige grootte, ongeacht hoeveel *netwerken* je test. En dan is het toevallig ook nog eens een keertje zo dat als je níét kunt zeggen dat iets níét kan, dat dat dan geen enkel bewijs is dat dat dan wél kan. Lees deze laatste alinea nog maar eens enkele keren! Wellicht krijg je daaardoor een wat beter inzicht in *correcte* logica. Zie ook: https://henk-reints.nl/HR-Modus-Ponens-Tollens.pdf .

Ik heb nog niet bewezen dat zo'n *universeel even* $n$–*netwerk* inderdaad kan, maar stél. We doen nu in elk geval even net alsof het besta (en dat is dus aanvoegende wijs en ook al heb je het wellicht in eerste instantie anders gelezen, de klemtoon ligt uiteraard op de *a*!). Als het nu na uitbreiding met precies één *knooppunt*, gevolgd door toevoeging van het minimale aantal nieuwe *straten* dat nodig is om er weer een *even netwerk* van te maken, aantoonbaar áltijd een *universeel even* $(n+1)$*netwerk* oplevert, ofwel: *universeel even* $n$–*netwerk* $\rightarrow$ *universeel even* $(n+1)$–*netwerk* (waarin je die pijl moet interpreteren als *impliceert*), dan hebben we iets heel belangrijks gevonden. Ja, lees deze laatste zin gerust nog maar een of enkele keren, totdat je écht snapt wat er staat. *Áls* we nu zo'n netwerk kunnen vinden voor $n = n_0$ waarin $n_0$ één of andere waarde heeft,

[2] Eigenlijk moet je nooit *eigenlijk* zeggen...

 Copyright © 2025, Henk Reints, MSc. 

dan zijn álle *even* $(n \geq n_0)$*–netwerken universeel*! Deze methode heet *bewijs door volledige inductie*[3]. In de wetenschap is het in de praktijk van de theoretische problemen heel vaak zo dat deze $n_0$ gelijk is aan nul, aan één (hoewel *aaneen* aan elkaar moet (terwijl *aan elkaar* niet aaneen moet, leve de TaalUnie!) moet déze *aan één* niet aaneen) of een ander klein getal dat gezien de aard van het betreffende probleem nogal tamelijk vrij behoorlijk best wel redelijk triviaal en basaal is.

Hopelijk zie je in dat we van een *universeel even* $n$*–netwerk* slechts één der *knooppunten* als *startpunt* in beschouwing hoeven te nemen. Wat we daarvoor kunnen aantonen geldt dan immers voor álle *knooppunten*, het is immers een *universeel netwerk* dat vanuit élk & íéder *startpunt* bewandelbaar is.

Hoe kunnen we een *universeel even netwerk* uitbreiden met precies één *knooppunt*? Wel, dat zijn bovengenoemde mogelijkheden 1. t/m 3.

1. Van een nieuw *eiland* naar een reeds bestaand *even knooppunt*,
   beide worden dan een *oneven knooppunt*;
2. van een nieuw *eiland* naar een reeds bestaand *oneven knooppunt*;
   oh nee, een *even netwerk* heeft helemaal geen *oneven knooppunten*!
3. van een *tussenpunt* naar een reeds bestaand (*even*!) *knooppunt*,
   beide worden dan een *oneven knooppunt*;
4. van een nieuw *eiland* naar een nieuw *tussenpunt* resulteert in <u>twee nieuwe</u> *knooppunten*,
   maar dat was duidelijk *niet* de bedoeling, dus die mogelijkheid valt af!

We kunnen dus óf een *eiland* toevoegen, dan wel een *tussenpunt*, maar niet beide, want we willen precies één *knooppunt* toevoegen.

1. a) de wandeling kan aanvangen in het <u>oude</u> *even startpunt* (dat nu dus *oneven* is geworden!) en van daaruit was (als preconditie, het <u>oude</u> *netwerk* was immers universeel) reeds een *gesloten wandeling* mogelijk die ons terug brengt naar datzelfde <u>oude</u> *even startpunt* dat nu een *oneven startpunt* is en tenslotte nemen we de net toegevoegde *straat* naar het (voormalige) *eiland* dat dus het <u>nieuwe</u> *oneven eindpunt* is;
   b) de wandeling kan ook beginnen vanaf dat (voormalige) *eiland* als <u>nieuw</u> *oneven startpunt* naar het <u>oude</u> *even startpunt*, alwaar we net als zojuist weer terug keren en dan is dat <u>oude</u> *even startpunt* tevens het <u>nieuwe</u> *oneven eindpunt*.
3. we verbinden het <u>oude</u> *even startpunt* met een <u>nieuw</u> *tussenpunt* en dan worden beide *oneven*; de wandeling kan nu starten in het <u>oude</u> *even startpunt* dat nu het <u>nieuwe</u> *oneven startpunt* is, maar we doen van daaruit gewoon de <u>oude</u> wandeling die ons daar weer terug voert en dan gaan we tenslotte vie de net toegevoegde *straat* naar dat <u>nieuwe</u> *tussenpunt*, dat nu een <u>nieuw</u> *oneven eindpunt* is. We kunnen echter ook wandelen met dat (voormalige) *tussenpunt* als <u>nieuw</u> *oneven startpunt* en dan naar het <u>oude</u> *even startpunt* gaan en van daaruit was al een gesloten wandeling mogelijk die daar weer terugkomt, zodat het <u>oude</u> *even startpunt* nu dus het <u>nieuwe</u> *oneven eindpunt* is geworden.

In alle gevallen verkrijgen we dus een *bewandelbaar* ***oneven*** *netwerk*, maar we wilden het <u>oude</u> *even netwerk* uitbreiden naar een <u>nieuw</u> *even netwerk* en niet naar een *oneven netwerk*. Daarom verbinden we nu het <u>nieuwe</u> *oneven eindpunt* met het <u>nieuwe</u> *oneven startpunt* middels alweer een nieuwe *straat* en die voert ons dan terug van dit <u>nieuwe</u> *oneven eindpunt* dat hierdoor geen *eindpunt* meer is naar het <u>nieuwe</u> *oneven startpunt* dat hiermee een <u>nieuw</u> *even start- & eindpunt* is en bingo!, we hebben een *gesloten wandeling* gemaakt door een <u>nieuw</u> *universeel even netwerk* met één *knooppunt* meer dan het <u>oude</u>. Omdat we een *universeel even netwerk* als uitgangspunt hadden genomen, waarin dus een <u>willekeurig</u> *knooppunt* als *startpunt* diene, moge het duidelijk zijn dat het <u>nieuwe</u> *even netwerk* ook universeel zij.

Volgens mij is de zogeheten ***inductiestap*** (d.w.z. correctheid voor $n$ impliceert onvermijdelijk correctheid voor $n+1$) nu **bewezen**, dus áls een of ander *even netwerk* van een nog onbekend aantal *knooppunten* vanuit élk *knooppunt bewandelbaar* is, dan is dat *netwerk* met één toegevoegd *knooppunt* gegarandeerd óók vanuit élk *knooppunt bewandelbaar*. **Maar als jíj mij kunt betrappen op een onvolkomenheid, een**

[3] Er bestaat ook het *bewijs door volledige intimidatie*, maar dat is voorbehouden aan malloten zoals Donald Trump, Vla***di***mir Poetin, (ja, klemtoon op ***di***! Vla***di***mir Vla***di***mirovitsj Poetin) en noem ze maar op.

 Copyright © 2025, Henk Reints, MSc. 

**onvolledigheid, of wat voor fout dan ook in bovenstaande redenering, dan moet je dat beslist doen.** Ik wil mijn fouten en onvolkomenheden écht weten en ik wíl een waterdicht bewijs hebben! Op mijn website staat een contactformulier (alleen "platte tekst" en vul alsjeblieft je correcte e-mailadres in).

Nu is het in de wiskunde geen enkel probleem om triviale en/of in de praktijk zinloze concepten tóch in beschouwing te nemen, zeker als daarvoor dezelfde formules geldig zijn. Een *leeg netwerk* (dus met **nul** *knooppunten*) zul je in het dagelijks leven niet als zinvol beschouwen, maar zie je dat dat wel degelijk een *universeel even netwerk* is? Het heeft immers geen enkel *knooppunt* van waaruit het onmogelijk is om álle nul *straten* te bewandelen, dus is het vanuit álle nul *knooppunten* wél mogelijk! Daarmee geldt vanzelfsprekend: $n_0 = 0$. Hoera!, we hebben een *netwerk* waarmee we de volledige inductie kunnen opstarten. Doodgewoon het *lege netwerk* en dan zijn we d'r helemaal klaar mee. Met ***even*** *netwerken* wel te verstaan. Alle.

**Álle *even netwerken***

(dus met alleen maar *knooppunten* waarop een *even* aantal *straten* uitkomt)

**zijn universeel, ongeacht het aantal *knooppunten***

(élk & íéder *knooppunt* kan als *startpunt* dienen).

ΟΕΔ = ὅπερ ἔδει δεῖξαι [*hoper edei deixai*],

Q.E.D. = quod erat demonstrandum,

HTBW = hetgeen te bewijzen was.

En onderstaande was duidelijk al duidelijk geduid, duidelijk?

**Uitsluitend netwerken met nul of twee *oneven knooppunten* kunnen bewandelbaar zijn.**

In een *even netwerk* (dus met nul *oneven knooppunten*)
is dat dan met zekerheid een *gesloten wandeling*,
in een *oneven netwerk* met twee *oneven knooppunten*
móéten dát het *start*- en *eindpunt* zijn van een *open wandeling*.

Dan rest mij nu nog om uit te zoeken of een ***oneven*** *netwerk*
met precies twee *oneven knooppunten* ook altijd bewandelbaar is.
Geduld is een schone zaak...

*Blablaaah blah, blah, blaah,*
*Blah blablah blablah blablah blaah.*
*Blablaaah blah, blah, blaah,*
*Blah blablah blablah blablah blaah.*
*Blaah, blablah blah blaah,*
*Blaah, blablah blah blaah,*
*Blaah blaaah!*

**Tenslotte:**

Als we nu een *willekeurig netwerk* hebben en de wandeleis zodanig aanpassen dat élke *straat* in béíde richtingen precies één keer moet worden bewandeld, dan maken we effectief van elke *straat* twee *straten* en dan krijgen we gegarandeerd een *even netwerk* en daarvan hebben we bewezen dat het áltijd bewandelbaar is vanuit élk *knooppunt*. Het impliceert met zekerheid een *gesloten wandeling* zodat we altijd weer keurig netjes thuiskomen. Maar ik weet niet of we dan elke *straat* écht in beide richtingen hebben bewandeld of dat we wellicht toch een of meer *straten* over beide weghelften in dezelfde richting hebben gedaan. In al het voorgaande is de *straat*bewandelrichting immers helemaal buiten beschouwing gebleven. **Ik moet er dus ook nog even over piekeren of en hoe ik enige zekerheid kan geven omtrent *elkestraatinbeiderichtingenéénkeerwandelingen*.** Jawel, dat is net als *bruinebonensoep* één woord zonder spaties. Huh? Bestaan er dan ook woorden mét spaties?

 Copyright © 2025, Henk Reints, MSc. 

**Anekdote[4]:**
Ene meneer Diderot, een overtuigd atheïst, was op bezoek bij Tsarina Catharina de Grote, alwaar ook Euler aanwezig was (hij had daar een baan). De Tsarina was enigszins bezorgd over de slechte invloed die Diderot's visie zou hebben en ze stuurde erop aan dat Euler dat tijdens het diner ter sprake zou brengen. Diderot daagde Euler vervolgens uit met: *Als u een wiskundig bewijs kunt leveren dat God bestaat, zal ik me daarbij moeten neerleggen*, waarop Euler zonder ook maar de geringste aarzeling abrupt en terstond reageerde met: *$a$ plus $b$ à la puissance $n$, divisé par $n$, fait $x$, alors Dieu existe. Répondez!* Oftewel: *$(a + b^n)/n = x$, dus God bestaat. Nou jij!* Waarop Diderot verbouwereerd met de mond vol tanden zat, in aanwezigheid van de enigszins geamuseerde Tsarina...

Komisch, maar tóch leuk...

Enkele wiskundige vondsten van Leonhard Euler:

Oplossing van het zogeheten Baselprobleem:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{9^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

Álle omgekeerde kwadraten (tot in het oneindige) bij elkaar geteld levert $\pi^2/6$; kei-interessant, maar met name voor de toegepaste wetenschap niet zo bijster belangrijk.

**Dé** formule van Euler:

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

't Zal jou wellicht niet aanspreken, maar deze is hééél belangrijk! Zowel in de toegepaste als in de fundamentele wetenschap. Ga er maar van uit dat ie is gebruikt in de ontwerpfase van vrijwel álle moderne apparatuur, zeker de electronische. Simpel gezegd: dit beschrijft alle mogelijke soorten trillingen. Óók de electromagnetische in jóúw mobiele telefoon en in jóúw magnetron en in jóúw Bluetoothtelefoonoordopjes en in jóúw WiFi en in jóúw satnav en in vrijwel álle electronische apparatuur.

Uit deze formule volgt:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Een schítterende vergelijking waarin de allerbelangrijkste vijf getallen uit de wiskunde práchtig samenkomen!

Vergeet de *Gulden Snede*, dat is slechts een vaak vanzelf opduikende uitkomst omdat ie nu eenmaal het meest irrationale[5] getal is dat er maar bestaat. Als input heb je hem nooit ergens voor nodig, behalve als je er een lezing over wilt geven.

☆ ☆ ☆ ☆ ☆

[4] Een anekdote is een kort en grappig verhaal over een ware gebeurtenis, maar helaas is het alhier aangehaalde waarschijnlijk een *verzinsel* van een Engelse wiskundige genaamd De Morgan (1806-1871) 😳.

[5] Verwar de termen (*ir*)*rationaal* en (*ir*)*rationeel* niet! Beide komen van het Latijnse ratio, maar dat betekent zowel *verhouding* als *verstand*. Een *rationaal* getal is een breuk met teller en noemer, *rationeel* is verstandig of weldoordacht. Een irrationaal getal is, hoewel je er willekeurig dichtbij kunt komen, aan geen enkele breuk precies & exact gelijk. En over verstand gesproken, *verstandskies* heet in het Duits *Weisheitszahn*, in het Engels *wisdom tooth* en in het Frans *dent de sagesse*. Het is dus beslist níét *vérstandskies* (kies die ver weg staat), zoals wel eens door linguïstisch ondeskundige tandartsen wordt beweerd.

 Copyright © 2025, Henk Reints, MSc. 